



## **UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL**

Facultad Regional Buenos Aires

### **PROGRAMA DE FÍSICA II**

Orientación: Todas las especialidades excepto sistemas

#### **Unidad 1 Carga y Campo Eléctrico**

-Carga eléctrica. Cuantización de la carga. Conductores y aisladores. Ley de Coulomb. Problemas

-Concepto de Campo eléctrico. Líneas de campo eléctrico. Determinación del campo eléctrico para distribuciones puntuales y continuas de cargas. Movimiento de cargas puntuales en campos eléctricos. Acción del campo eléctrico sobre un dipolo eléctrico. Problemas.

-Fenómenos de inducción electrostática. Flujo eléctrico. Ley de Gauss, su importancia y aplicaciones. Problemas

#### **Unidad 2 Potencial Eléctrico**

-Energía potencial electrostática. Diferencia de potencial eléctrico. Cálculo del potencial eléctrico para cargas puntuales y para cargas distribuidas. Superficies equipotenciales y líneas de campo eléctrico. Cálculo del campo eléctrico a partir del potencial eléctrico. Problemas.

#### **Unidad 3 Capacidad eléctrica y dieléctricos**

-Capacidad y capacitores. Energía del campo electrostático. Asociación de capacitores. Problemas

-Dieléctricos. Hechos experimentales y modelo. Cargas libres y de polarización. Magnitudes auxiliares. Refracción de las líneas de campo eléctrico. Problemas.

#### **Unidad 4 Corriente eléctrica y circuitos de corriente continua**

-Definición de corriente eléctrica. Régimen estacionario y otros regímenes. Primera regla de Kirchhoff. Relación entre la intensidad y la velocidad de desplazamiento de los electrones. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica. Coeficiente de temperatura de la resistividad. La energía en los circuitos eléctricos. Fuerza electromotriz. Circuito eléctrico. Segunda regla de Kirchhoff. Asociación de resistencias. Circuitos de una sola malla y de múltiples mallas. Circuito RC. Circuitos de medición. Problemas.

#### **Unidad 5 Campo Magnético**

-Acción del campo magnético sobre cargas en movimiento y conductores con corriente. Selector de velocidades. Espectrómetro de masas. Ciclotrón. Efecto Hall.

-Cupla sobre una espira con corriente. Problemas.

#### **Unidad 6 Fuentes del Campo magnético**

-Campo magnético generado por cargas en movimiento. Campo magnético generado por corrientes eléctricas: Ley de Biot -Savart. Aplicaciones. Ley de Gauss para el magnetismo. Definición del Ampère.

-Ley de Ampere. Aplicaciones.

### **Unidad 7 Inducción magnética**

-Flujo magnético. Hechos experimentales. Ley de Faraday – Lenz. Fuerza electromotriz inducida por movimiento y por variación temporal del campo magnético. Ejemplos y aplicaciones. Coeficiente de autoinducción (L) y de Inducción mutua (M). Energía almacenada en el campo magnético. Circuito RL.

-Materiales magnéticos: Paramagnetismo, Ferromagnetismo, Diamagnetismo. Nociones sobre circuito magnético.

### **Unidad 8 Corriente alterna**

El generador de corriente alterna. Corriente alterna aplicada a una resistencia. Potencia disipada. Valor eficaz. Corriente alterna aplicada a inductores y capacitores. Noción de fasor. Circuito LCR en serie. Factor de potencia. Resonancia. Transformador.

### **Unidad 9 Ecuaciones de Maxwell y Ondas electromagnéticas**

Corriente de desplazamiento. Generalización de la Ley de Ampère. Propiedades integrales del electromagnetismo. Ecuaciones de Maxwell. El concepto de onda. La ecuación de onda y la función de onda. Ondas transversales y longitudinales. La ecuación de onda para las ondas electromagnéticas. Función de onda armónica. Energía en una onda electromagnética. Vector de Poynting. Problemas

### **Unidad 10 Óptica Física - Interferencia**

-Naturaleza ondulatoria de la luz. Diferencia de fase y coherencia.

-Interferencia en películas delgadas. Suma de ondas armónicas mediante fasores. Diagrama de interferencia de dos rendijas, experiencia de Young. Cálculo de la intensidad. Diagrama de interferencia de tres o más fuentes espaciadas.

### **Unidad 11 Difracción**

-Difracción de Fraunhofer y de Fresnel. Diagrama de Difracción producido por una sola rendija. Diagrama de interferencia – difracción de dos rendijas. Difracción y resolución. Redes de difracción. Aplicaciones y problemas.

-Polarización por absorción, reflexión y dispersión. Noción de birrefringencia.

### **Unidad 12 Calor**

-Variables termodinámicas internas:  $p$ ,  $V$  y  $T$ . Estado térmico y temperatura. Escalas de temperaturas Celsius y Fahrenheit. Termómetros de Gas y escala de temperaturas absolutas.

Capacidad térmica y calor específico. Calorimetría. Cambio de fase y calor latente. Ecuación de estado de un gas ideal. Equivalente mecánico del calor. El trabajo y el diagrama  $pV$  para distintos procesos.

### **Unidad 13 Principios de la Termodinámica**

Primer principio de la termodinámica. Energía interna de un gas ideal. Transformación adiabática. Máquinas térmicas y el segundo principio de la termodinámica. Ciclo de Carnot.

-Dilatación térmica: Lineal, superficial y cúbica.

-Transferencia de energía térmica. Conducción. Resistencia Térmica.

**UNIDAD DOCENTE BÁSICA FÍSICA**  
**REGLAMENTO QUE RIGE LAS ACTIVIDADES EN LOS LABORATORIOS (Año 2011)**

**1. ASISTENCIA**

- 1.1- Se toma al comienzo de cada clase. Luego de 15 minutos, se considera "TARDE". Pasados los 30 minutos corresponderá "AUSENTE". En el caso de una llegada tarde a una concurrencia en la que se hacen dos TP, si todavía no se hubiera comenzado con la explicación ni con el desarrollo del segundo de esos trabajos, el alumno tendrá la posibilidad de realizar el segundo quedándole ausente sólo en el primer TP.
- 1.2- Por cada dos "llegadas tarde" se computa un "ausente".
- 1.3- Todo alumno que alcance la condición de "ausente" en un número mayor que el 25 % del número total de Trabajos Prácticos de la cursada, pierde la condición de regular debiendo RECURSAR la materia. Los alumnos cuyas ausencias no superen el 25 % deben recuperar en su totalidad los TP correspondientes a la o las fechas de sus ausencias.
- 1.4- Los casos particulares, debidamente justificados y documentados, serán expuestos por escrito a la Jefatura del Laboratorio.

**2. DESARROLLO DE LAS EXPERIENCIAS**

- 2.1- Se debe concurrir conociendo el contenido de las guías de los trabajos que correspondan a cada concurrencia.
- 2.2- Una vez armado un equipo o circuito, antes de su utilización o conexión, se solicitará la revisión del Ayudante encargado del grupo.
- 2.3- Los integrantes son económicamente responsables de elementos faltantes durante la clase o de los desperfectos provocados por su descuido o impericia.

**3. INFORMES**

- 3.1- Constarán de:
- CARÁTULA DEL TP
  - INTRODUCCIÓN
  - OBJETIVOS
  - MÉTODOS
  - MATERIAL EMPLEADO (con su identificación y características)
  - VALORES MEDIDOS (Tablas, gráficos, etc)
  - CÁLCULOS (Incluyendo el cálculo de indeterminaciones)

RESULTADOS (Con sus indeterminaciones)

CONCLUSIONES Y/O COMENTARIOS FINALES

- 3.2- Se presentará un informe por Grupo. El número máximo de veces que puede ser presentado cada informe es 3 (tres): los docentes responsables del turno fijarán el plazo de cada entrega. En las dos primeras entregas el informe podrá ser aprobado o devuelto para su corrección. La tercera entrega es la última oportunidad de aprobar el informe, de no ocurrir así, el grupo debe recuperar el TP.
- 3.3- Los informes no entregados dentro del plazo establecido por el docente responsable del curso se considerarán desaprobados y todos los integrantes del grupo deberán recuperar el TP correspondiente.
- 3.4- La firma de cada trabajo práctico está sujeta a la aprobación de una evaluación individual oral o escrita, cuya modalidad y oportunidad serán indicadas por el JTP de cada turno. Cada alumno podrá tener una carátula individual para asentar los resultados.

**4. RECUPERACIONES**

- 4.1- El alumno tendrá la posibilidad de rendir un máximo total de 4 (cuatro) recuperatorios (de parcialitos no aprobados y de TP por informes no aprobados o entregados fuera de término).

**5. CONSULTAS**

Las consultas acerca de los trabajos prácticos, los informes y las recuperaciones de laboratorio, deberán ser realizadas por el alumno en el día y en el horario en el que habitualmente asistía al laboratorio durante la cursada.

**6. FIRMA DE LIBRETA UNIVERSITARIA**

Se deberá haber:

- 6.1- Realizado todos los trabajos del Laboratorio, aprobado todas las evaluaciones y firmado todos sus informes;
- 6.2- Aprobado los parciales con el docente del curso.

## Trabajo práctico Calorimetría

### Objetivos del Trabajo práctico:

- ◆ Determinación del equivalente en agua de un calorímetro.
- ◆ Obtención del calor específico de una sustancia sólida por el método de las mezclas.

### Materiales:

- ◆ Balanza.
- ◆ Termómetro rango de 0°C a 100°C.
- ◆ Termómetro rango de 0°C a 50°C.
- ◆ Probeta graduada.
- ◆ Calorímetro.
- ◆ Caldera de Regnault.
- ◆ Trípode.
- ◆ Mechero de Bunsen.
- ◆ Tubo de vidrio con pinza metálica

### Introducción teórica

**Calor:** El calor es una forma de energía que intercambian los cuerpos al variar su temperatura y/o al cambiar su estado de agregación. Esta idea fue sugerida a principios del siglo XIX y quedó definitivamente establecida cuando Joule demostró experimentalmente que cada vez que una cantidad fija de energía mecánica se transforma en calor se obtiene la misma cantidad de éste.

**Unidades de cantidad de calor:** Siendo el calor una forma de energía, las cantidades de calor se expresan en Joule en los sistemas M.K.S, Internacional y SIMELA. Antes de haber sido establecida la equivalencia entre la energía mecánica y el calor se había definido la caloría: una caloría es la cantidad de calor que debe intercambiar un gramo de agua para variar su temperatura en 1°C, desde 14,5 hasta 15,5 °C (se especifican las temperaturas de referencia dado que hay una ligera variación en la cantidad de calor necesaria según el intervalo de temperaturas que se elija). En la actualidad se define la caloría en relación con el Joule:

$$1 \text{ cal} = 4,18605 \text{ Joule}$$

**Capacidad calorífica:** Los cuerpos difieren entre sí, entre otras cosas, en la cantidad de calor necesaria para producir un cambio de temperatura determinado.

Si consideramos un cuerpo de masa  $m$  al que se le suministran cantidades de calor  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$ , provocándole las variaciones de temperatura  $\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3, \dots$ , respectivamente, se observa experimentalmente que:

$$\frac{Q_1}{\Delta T_1} = \frac{Q_2}{\Delta T_2} = \frac{Q_3}{\Delta T_3} = \text{constante}$$

Esta constante característica del cuerpo se denomina capacidad calorífica  $C$  y es numéricamente igual a la cantidad de calor que debe intercambiar el cuerpo para variar su temperatura en un grado, siempre que el cuerpo (sólido o líquido) no sufra un cambio de estado.

Matemáticamente, podemos expresar que  $\frac{Q}{\Delta T} = C$  y de ella podemos obtener:

$$Q = C \cdot \Delta T \quad (1)$$

La capacidad calorífica es una magnitud escalar y es una propiedad extensiva (esto es, depende de la masa).

Una definición más precisa se obtiene considerando el incremento infinitesimal de la temperatura:

$$\frac{dQ}{dT} = C$$

**Calor específico:** Si consideramos ahora varios cuerpos de la misma sustancia que tengan masas  $m_1, m_2, m_3, \dots$  y capacidades caloríficas  $C_1, C_2, C_3, \dots$ , respectivamente, se comprueba en forma experimental que:

$$\frac{C_1}{m_1} = \frac{C_2}{m_2} = \frac{C_3}{m_3} = \text{constante}$$

Esta nueva constante, característica de la sustancia se denomina calor específico de la misma y es numéricamente igual a la cantidad de calor que debe intercambiar cada unidad de masa de la sustancia para variar su temperatura en un grado. El calor específico es una magnitud escalar y es una propiedad intensiva (es decir, independiente de la masa).

Simbolizando con  $c$  al calor específico podemos expresar:  $c = \frac{C}{m} = \frac{Q/\Delta T}{m} = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$

De acá podemos despejar:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T \quad (2)$$

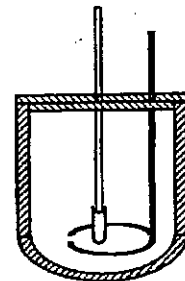
Donde  $Q$  es la cantidad de calor intercambiado por un cuerpo de masa  $m$ , constituido por una sustancia de calor específico  $c$  y cuya temperatura varía en un intervalo térmico  $\Delta T = T_f - T_i$  (sin que se produzcan cambios de estado ni transformaciones químicas en dicho intervalo). En las condiciones citadas, cuando el cuerpo absorbe calor su temperatura aumenta, resultando  $\Delta T > 0$  y, en consecuencia es  $Q > 0$ . Contrariamente, cuando el cuerpo cede calor resultan  $\Delta T < 0$  y  $Q < 0$ .

**Equilibrio térmico:** Si dos cuerpos están inicialmente a diferentes temperaturas ( $T_1 < T_2$ ) y se ponen en contacto pero no interactúan con ningún otro cuerpo, la experiencia muestra que el cuerpo más caliente se irá enfriando y el que inicialmente estaba a menor temperatura adquirirá progresivamente mayor temperatura. Este proceso continuará hasta que ambos cuerpos alcancen la misma temperatura. A esta temperatura final se la denomina **temperatura de equilibrio térmico del sistema**. Este hecho experimental se puede generalizar para más de dos cuerpos. Supongamos que los dos cuerpos más un termómetro están contenidos en un recipiente adiabático ideal. Entonces ahora podemos considerar que tenemos cuatro cuerpos que inicialmente pueden estar a diferentes temperaturas. Luego de un cierto intervalo de tiempo, en condiciones ideales, todos alcanzarán la misma temperatura final de equilibrio térmico que será la indicada por el termómetro.

Este fenómeno se puede interpretar de la siguiente manera: El cuerpo que inicialmente estaba a mayor temperatura ( $T_2$ ) cede calor al enfriarse  $Q_2 = c_2 m_2 (T_f - T_2)$ . Este calor es absorbido por el cuerpo que inicialmente estaba a menor temperatura ( $T_1$ ) y por lo tanto se puede expresar  $Q_1 = c_1 m_1 (T_f - T_1)$ . Si el intercambio de calor se produce sólo entre estos cuerpos ambas cantidades deben ser iguales salvo en el signo, ya que todo el calor que cede el cuerpo 2 es absorbido por el 1. Como  $Q_2 < 0$  y  $Q_1 > 0$ , entonces se debe cumplir que  $Q_2 + Q_1 = 0$

**Calorímetro:** El calorímetro que se emplea en este trabajo práctico es el denominado calorímetro de mezclas. Está constituido por un recipiente térmicamente aislado provisto de un termómetro y un agitador que pasan a través de orificios practicados en la tapa. Si se desprecia todo intercambio calórico entre el contenido del calorímetro y su medio exterior, se cumple que la suma de las cantidades de calor que se intercambian en su interior es igual a cero. Simbólicamente:

$$\sum Q_i = 0 \quad (3)$$



## Parte experimental

### a. Determinación del equivalente en agua del calorímetro:

Se comienza el experimento colocando dentro del calorímetro una masa  $M$  de agua. Se mide la temperatura  $T_1$  cuando alcanza el equilibrio térmico con el calorímetro. Luego se coloca otra masa  $m$  de agua a la temperatura  $T_2 > T_1$ . Finalmente se mide la temperatura de equilibrio  $T_f$ . Considerando al calorímetro como un recipiente adiabático, y teniendo en cuenta la ecuación (3) y llamando:

$Q_1$  cantidad de calor intercambiada por la masa  $M$  de agua.

$Q_2$  cantidad de calor intercambiada por la masa  $m$ .

$Q_3$  cantidad de calor intercambiada por el calorímetro.

Resulta:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \quad (4)$$

Los dos primeros términos de la (4) pueden reemplazarse por:

$$Q_1 = c_a \cdot M \cdot (T_f - T_1)$$

$$Q_2 = c_a \cdot m \cdot (T_f - T_2)$$

Teniendo en cuenta que  $c_a$  es el calor específico del agua.

El término restante se puede escribir como:

$$Q_3 = C \cdot (T_f - T_1)$$

Donde  $C$  es la capacidad calorífica del calorímetro.

Ante la dificultad que representa el conocimiento de dicho valor se define el equivalente en agua del calorímetro como una masa de agua que tiene la misma capacidad calorífica que el calorímetro, vale decir que es una masa de agua capaz de intercambiar la misma cantidad de calor que el calorímetro en el mismo intervalo de temperaturas.

Si designamos con  $\pi$  al mencionado equivalente en agua podemos establecer la igualdad:

$$c_a \cdot \pi = C$$

En consecuencia la ecuación (4) queda:

$$c_a \cdot M \cdot (T_f - T_1) + c_a \cdot m \cdot (T_f - T_2) + c_a \cdot \pi \cdot (T_f - T_1) = 0 \quad (5)$$

Habiendo medido  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_f$  y las respectivas masas  $M$  y  $m$  la única incógnita de la ecuación (5) es el valor de  $\pi$ .

Por lo tanto:

$$\pi = \frac{-M \cdot (T_f - T_1) - m \cdot (T_f - T_2)}{(T_f - T_1)}$$

### b. Determinación del calor específico de una sustancia:

Una vez conocido (o determinado) el equivalente en agua del calorímetro  $\pi$ , podemos determinar el calor específico de una sustancia desconocida.

Procederemos de la siguiente manera.

Se mide la masa  $m_s$  de la sustancia; se la calienta a una temperatura  $T_2 > T_1$ .

Recordemos que  $T_1$  es la temperatura de equilibrio térmico inicial del calorímetro que contiene una masa  $M$  de agua.

La sustancia se introduce dentro del calorímetro y se mide la temperatura de equilibrio final  $T_f$ .

Utilizando la ecuación (5) resulta:

$$c_a \cdot M \cdot (T_f - T_1) + c_x \cdot m_x \cdot (T_f - T_2) + c_a \cdot \pi \cdot (T_f - T_1) = 0 \quad (6)$$

Habiendo medido  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_f$  y las respectivas masas  $M$  y  $m_x$  y conociendo el valor del calor específico del agua la única incógnita de la ecuación (6) es el valor de  $c_x$ .

Por lo tanto:

$$c_x = \frac{-c_a \cdot \pi \cdot (T_f - T_1) - c_a \cdot M \cdot (T_f - T_1)}{m_x \cdot (T_f - T_2)}$$

### Procedimiento

- 1) Con la probeta graduada medir cierto volumen de agua en  $\text{cm}^3$  (o ml). Como la densidad del agua es conocida, a partir de esta medición fácilmente determinamos la masa  $M$  en gramos.
- 2) Colocamos la masa  $M$  en el calorímetro con el agitador y el termómetro de rango de  $0^\circ\text{C}$  a  $50^\circ\text{C}$ . Esperamos que se alcance el equilibrio térmico y medimos la temperatura  $T_1$ .
- 3) Nuevamente con la probeta graduada medir cierto volumen de agua en  $\text{cm}^3$  (o ml). Como la densidad del agua es conocida, a partir de esta medición fácilmente determinamos la masa  $m$  en gramos.
- 4) Utilizando el mechero Bunsen y la caldera de Regnault, calentamos dentro del tubo de vidrio a la masa  $m$  de agua. La temperatura  $T_2 > T_1$  de esta masa  $m$  se mide con el termómetro de rango de  $0^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$ .
- 5) El agua "caliente" (masa  $m$  a la temperatura  $T_2$ ) se mezcla con el agua "fría" (masa  $M$  a la temperatura  $T_1$ ). Se espera que el sistema alcance el equilibrio térmico y se mide la temperatura  $T_f$ .
- 6) Se procede a la determinación del equivalente en agua del calorímetro  $\pi$ .
- 7) Para la determinación del calor específico de una sustancia en primer lugar se repiten nuevamente los pasos 1 y 2.
- 8) Con la balanza se mide una masa  $m_x$  de la sustancia.
- 9) Se coloca dicha masa en el tubo de vidrio y se la calienta dentro del tubo de vidrio hasta cierta temperatura  $T_2 > T_1$ . La temperatura  $T_2$  de esta masa  $m_x$  se mide con el termómetro de rango de  $0^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$ .
- 10) Se mezclan en el calorímetro la masa  $M$  de agua "fría" con la sustancia "caliente". Se espera que se alcance el equilibrio térmico y se mide la temperatura  $T_f$ .
- 11) Se calcula  $c_x$ .

### Determinación de errores

Todas las mediciones realizadas deben estar expresadas con sentido físico. Es decir como un valor representativo más menos el error absoluto. Por ejemplo, al medir con la probeta graduada leemos un volumen en  $\text{cm}^3$  pero dicha lectura tiene una incerteza que puede ser igual a la menor división de la escala de la misma.

Lo mismo ocurre con los termómetros y con la balanza. La menor división de sus escalas nos permite determinar cuál es el error en la medición de las temperaturas y de las masas. Por lo tanto todas las masas y las temperaturas quedarán expresadas de la siguiente manera:

$$m = m_o \pm \Delta m$$

$$T = T_o \pm \Delta T$$

Los datos de masas y temperaturas se utilizarán para el cálculo del equivalente en agua del calorímetro. Se debe aplicar un procedimiento de propagación de errores al utilizar la fórmula:

---

$$\pi = \frac{-M \cdot (T_f - T_1) - m \cdot (T_f - T_2)}{(T_f - T_1)}$$

Entonces, obtenemos para dicha magnitud un valor representativo y un error absoluto y quedará expresado en la forma:

$$\pi = \pi_o \pm \Delta\pi$$

Procedemos en forma análoga para el cálculo del calor específico. Ahora el valor de  $\pi$ , con su error, es un dato. Aplicamos un procedimiento de propagación de errores en la fórmula:

$$c_x = \frac{-c_o \pi \cdot (T_f - T_1) - c_o M \cdot (T_f - T_1)}{m_x \cdot (T_f - T_2)}$$

Por lo tanto obtenemos:  $c_x = c_{x_o} \pm \Delta c_x$

## Transmisión del calor

### Objetivos:

- Determinar cuándo una barra metálica en contacto con una fuente térmica en uno de sus extremos alcanza el régimen estacionario.
- Trazar el perfil de temperatura  $T = f(x)$  de la barra metálica en el régimen estacionario.
- Hallar el valor medio del coeficiente de convección aparente de la barra metálica.
- Determinar la temperatura de la fuente térmica.
- Someter a prueba hipótesis propuestas para la realización del trabajo.

### Introducción teórica:

Consideramos un trozo de la barra comprendido entre las coordenadas  $x$  y  $x + \Delta x$ . Suponiendo que la fuente térmica está ubicada en su extremo izquierdo, se establece un flujo calorífico longitudinal de izquierda a derecha y un flujo hacia el medio que rodea a la barra a través de la superficie lateral. Dentro de este último consideramos tanto la radiación como la convección. En la Fig. 1 se representa la diferencia entre la temperatura  $T$  de los diferentes puntos de la barra y la temperatura ambiente  $T_A$  en función de la coordenada de posición  $x$  una vez alcanzado el régimen estacionario. Dicha curva constituye el "perfil de temperaturas" de la barra.

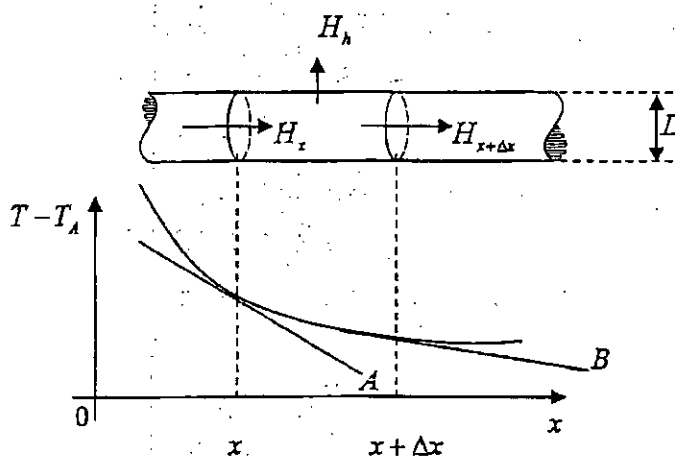


Fig. 1

$H_x$  : cantidad de calor por unidad de tiempo que entra al tramo de barra por su cara izquierda

$H_{x+\Delta x}$  : cantidad de calor por unidad de tiempo que sale a través de la cara derecha del elemento de barra

$H_h$  : cantidad de calor por unidad de tiempo que sale del elemento de barra a través de la superficie lateral

$\left(\frac{dT}{dx}\right)_x$  = pendiente de la recta A

$\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x+\Delta x}$  = pendiente de la recta B

Una vez alcanzado el régimen estacionario y de acuerdo con el principio de conservación de la energía, debe cumplirse que

$$H_x = H_{x+\Delta x} + H_h \quad (1)$$

Tal como ya ha sido señalado, el último término de la igualdad (1) expresa la cantidad de calor que por unidad de tiempo sale del elemento de barra por convección y por radiación.

Los términos correspondientes a la conducción a lo largo de la barra pueden expresarse mediante la ley de Fourier:

$$H_x = -k.A_T \left( \frac{dT}{dx} \right)_x \text{ y } H_{x+\Delta x} = -k.A_T \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+\Delta x} \quad (2)$$

( $k$  es la conductividad térmica del material de la barra,  $A_T$  es el área de la sección transversal de la misma y  $\frac{dT}{dx}$  es el gradiente de la temperatura en cada una de las secciones que limitan el tramo de barra)

El término restante es, en primera aproximación,  $H_h = \bar{h}.A_L.(T-T_A)_m$  (3)

( $\bar{h}$  representa el valor medio del coeficiente de convección aparente,  $A_L$  es el área de la superficie lateral del tramo de barra y  $(T-T_A)_m$  es el valor medio de la diferencia entre las temperaturas de los puntos del tramo de barra y el ambiente)

Despejando  $H_h$  de la (1) y reemplazando luego por la (2) y la (3) se obtiene:

$$\bar{h}.A_L.(T-T_A)_m = k.A_T \left[ \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+\Delta x} - \left( \frac{dT}{dx} \right)_x \right]$$

Además, teniendo en cuenta que la razón entre las áreas es

$$\frac{A_T}{A_L} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{D}{4.\Delta x} \text{ y despejando } \bar{h} \text{ resulta:}$$

$$\bar{h} = \frac{k.D}{4} \frac{1}{(T-T_A)_m} \frac{\left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+\Delta x} - \left( \frac{dT}{dx} \right)_x}{\Delta x} \quad (4)$$

Disponiendo de un gráfico como el de la Fig. 1, trazando las rectas tangentes A y B y hallándole la pendiente a cada una, es posible calcular  $\bar{h}$ .

Otro camino consiste en hacer  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0}$  a la expresión (4), con lo que resulta:

$$h(x) = \frac{kD}{4} \frac{1}{(T-T_A)_x} \left( \frac{d^2T}{dx^2} \right)_x$$

Que puede también escribirse

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{4.h(x)}{k.D} (T-T_A)_x \quad (5)$$

Si se supone constante el valor de  $h(x) = \bar{h}$ , se llama  $m^2 = \frac{4\bar{h}}{kD}$ , y se tiene en cuenta que  $dT = d(T-T_A)$ , la ecuación diferencial queda:

$$\frac{d^2(T-T_A)}{dx^2} = m^2(T-T_A)$$

La solución general de esta ecuación tiene la forma

$$T - T_A = C_1 \cdot e^{-mx} + C_2 \cdot e^{mx} \quad (6)$$

Aplicando las condiciones de borde es posible determinar las constantes  $C_1$  y  $C_2$  de la siguiente forma:

Suponiendo que la barra es infinitamente larga y que su extremo derecho está a temperatura ambiente  $T_A$ , la ecuación (6) queda:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (C_1 \cdot e^{-mx} + C_2 \cdot e^{mx}) = T_A - T_A = 0$$

Considerando el valor positivo de  $m$ , se ve que el primer término dentro del paréntesis tiende a cero mientras que el segundo tiende a infinito. Para satisfacer la condición planteada debe ser  $C_2 = 0$ .

Adoptando que para  $x = 0$  es  $T = T_0$ , la ecuación (6) con  $C_2 = 0$  queda

$$T_0 - T_A = C_1 \cdot e^{-m \cdot 0} = C_1$$

En consecuencia la solución de la ecuación diferencial es:

$$T - T_A = (T_0 - T_A) \cdot e^{-mx} \quad (7)$$

Dividiendo ambos miembros de la igualdad (7) por  $1^\circ\text{C}$  para que los mismos queden adimensionales, y aplicándoles logaritmos naturales nos queda

$$\ln(T - T_A) = \ln(T_0 - T_A) - m \cdot x$$

(Por simplicidad seguimos simbolizando con la letra  $T$  a las temperaturas sin sus unidades)

Si al representar gráficamente  $\ln(T - T_A) = f(x)$  se obtiene una recta, además de no refutar las hipótesis ( $h$  constante y barra de longitud suficientemente grande), su pendiente es  $-m$  y con el valor de  $m$  obtenido del gráfico y reemplazando en la expresión  $m^2 = \frac{4h}{kD}$ , es posible calcular:

$$h = \frac{m^2 k D}{4} \quad (8)$$

**Desarrollo:**

Para el desarrollo del Trabajo Práctico comience por medir la distancia  $x$  entre el extremo del soldador, que actúa como fuente térmica, y cada uno de los sensores de temperatura ubicados en la barra así como también el diámetro de la barra. Luego conecte la fuente térmica y efectúe una serie inicial de medidas de temperaturas mediante el uso de sensores de estado sólido, de una placa

de adquisición de datos y una PC. Pasados unos 35 minutos de haber conectado la fuente térmica haga una nueva corrida de lectura de las temperaturas y otra cinco minutos más tarde. Si la diferencia entre los valores de las dos últimas series fuese significativa, espere y haga otra. Cuando observe que la diferencia entre los valores de dos series consecutivas no resulte significativa, la barra estará en el régimen estacionario (o muy cerca del mismo). En estas condiciones proceda a tabular la última serie para representar gráficamente sus valores. (Precaución: debe evitarse la apertura de la puerta del laboratorio cuando está por hacerse las mediciones dado que las corrientes de aire las afectan)

	$x_j$	$T$	$T_A$	$T - T_A$	$\ln(T - T_A)$
	$m$	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$	-
SENSOR 1					
SENSOR 2					
SENSOR 3					
SENSOR 4					
SENSOR 5					
SENSOR 6					
$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^6 x_j}{6} =$		$\overline{\ln(T - T_A)} = \frac{\sum_{j=1}^6 (T_j - T_A)}{6} =$			

Los valores de  $x_j$  indican la posición de cada sensor.

$\bar{x}$ : es el promedio de las coordenadas de posición de los seis sensores de temperatura.

$\overline{\ln(T - T_A)}$ : es el promedio de los valores de  $\ln(T - T_A)$

Diámetro de la barra:  $D =$

La conductividad térmica del aluminio es  $k = 210 \frac{W}{m \cdot ^{\circ}\text{C}}$

Con los datos de la tabla represente gráficamente  $\ln(T - T_A)$  en función de  $x$ .

Determine en la gráfica el punto  $P = (\bar{x}; \overline{\ln(T - T_A)})$ . Mediante el empleo del punto  $P$  como pivote, trace las rectas de pendiente mínima y máxima que usted considere que describen mejor al conjunto de puntos representado. Tomando un par de puntos de cada recta, proceda a calcular la pendiente  $m$ , obteniendo un valor máximo  $m_M$  y otro mínimo  $m_m$ . Con estos dos valores de

$m$  calcule el valor máximo  $h_m$  y el valor mínimo  $h_m$  del coeficiente medio de convección aparente. Con ellos halle el valor representativo  $h_0$  y la indeterminación absoluta  $\Delta h$ . Expresé el resultado en la forma  $h = h_0 \pm \Delta h$  y calcule su error relativo porcentual.

Finalmente, extrapolando las rectas hacia el eje de ordenadas, obtenga las cotas máxima y mínima de la temperatura  $T_F$  de la fuente, calcule su valor representativo y su error absoluto, exprese el resultado en la forma  $T_F = T_{F0} \pm \Delta T_F$  y calcule el error relativo.

**Opcional:**

Se determina la ecuación de la recta de regresión (por el método de cuadrados mínimos) con su pendiente, su ordenada al origen y las indeterminaciones correspondientes para luego hallar  $h = h_0 \pm \Delta h$  y  $T_F = T_{F0} \pm \Delta T_F$ .

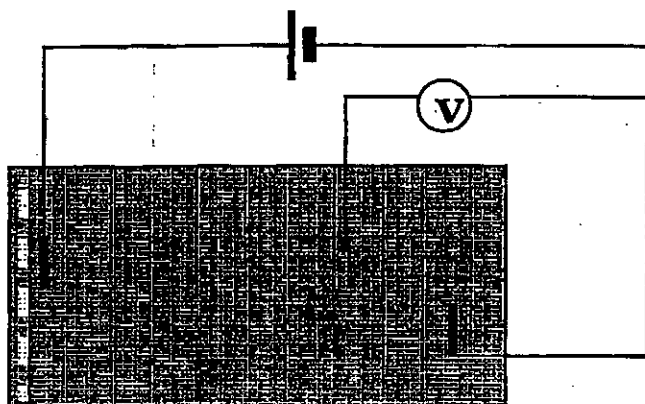
**Conclusiones:**

# Campo Eléctrico

Objetivos del trabajo práctico:

1. Determinación experimental de líneas equipotenciales
2. Cálculo del campo eléctrico en un punto
3. Trazado de las líneas de campo

Circuito y materiales



- Cuba de plástico transparente
- Dos electrodos de aluminio
- Voltímetro digital
- Fuente de C.C.
- Agua
- Dos hojas de papel milimetrado 30 cm x 40 cm (que deberán traer los alumnos, por grupo)
- Cables de conexión y una punta de prueba

Desarrollo del TP:

Al conectarse el circuito en el medio interpuesto entre los electrodos (agua potable) se estacionan los campos, uno de carácter escalar, EL POTENCIAL ELÉCTRICO y otro de carácter vectorial, EL CAMPO ELÉCTRICO.

- 1) El potencial eléctrico se determina experimentalmente mediante una punta de prueba, buscando en el medio (agua) puntos de igual potencial. Nosotros determinaremos las líneas equipotenciales de 2V, 4V, 6V, etc, hasta 12V. Se agregan las trazas de electrodos que corresponden a las equipotenciales de 0 Volt y

14 Volt. Los puntos se identifican con el auxilio del papel milimetrado donde se leen las coordenadas de cada uno. Estos puntos de igual potencial deben ser 5 como mínimo para cada línea equipotencial. Los valores de las coordenadas y el potencial se ordenan en un cuadro como el indicado, y se representan en la 2ª hoja milimetrada donde se unirán, con una línea continua, los puntos de igual potencial.

Volt	Lectura N°	1	2	3	4	5	6	7	8
	Coordenada	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	Cm
2	x								
	y								
4	x								
	y								
6	x								
	y								
8	x								
	y								
10	x								
	y								
12	x								
	y								
	x								
	y								
	x								
	y								

2) Para el cálculo y representación del vector campo eléctrico en un punto es necesario hacer breves consideraciones teóricas.

La relación entre el potencial y el campo eléctrico está dada por la expresión:

$$-E \cos \theta = \frac{dV}{dr}$$

Donde  $\theta$  es el ángulo entre  $\vec{E}$  y  $d\vec{l}$ . El primer miembro será máximo cuando  $\theta = 0^\circ$  es decir cuando se calcula  $\frac{dV}{dl}$  en la dirección del campo eléctrico.

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr} \hat{r} = -\text{grad}(V)$$

A este valor máximo de la derivada de  $V$  en un punto dado se lo llama *gradiente de potencial*.

Si el desplazamiento  $d\vec{l}$  se hace en dirección perpendicular al campo  $\hat{\theta} = 90^\circ \Rightarrow \frac{dV}{dl} = 0 \Rightarrow dV = 0$ , estamos sobre una línea equipotencial. En otras palabras el vector campo eléctrico es perpendicular a la línea equipotencial que pasa por el punto.

La determinación del vector campo lo haremos eligiendo un punto perteneciente a una equipotencial determinada experimentalmente (para comprobar la perpendicularidad) y en una zona donde el campo sea aproximadamente uniforme (menor error al tomar  $\Delta V$  por  $dv$  y  $\Delta l$  por  $dl$ ).

Dado que  $\vec{E} = -\overline{\text{GRAD}V}$  y teniendo en cuenta la expresión cartesiana del gradiente

$$\text{grad}(V) = \frac{dV}{dx} \hat{i} + \frac{dV}{dy} \hat{j}$$

Se pueden obtener las componentes ortogonales del vector campo.

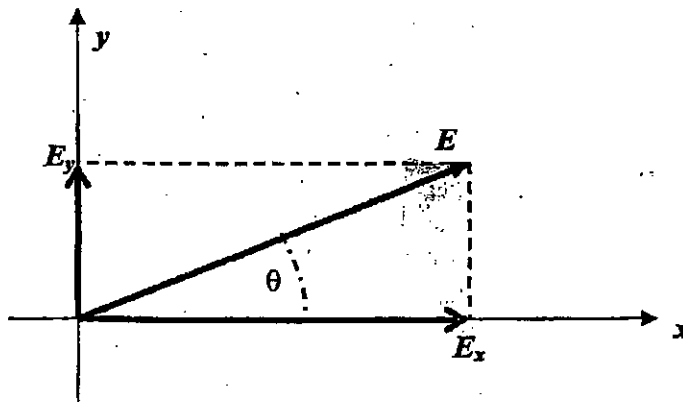
$$E_x \hat{i} + E_y \hat{j} = -\left( \frac{dV}{dx} \hat{i} + \frac{dV}{dy} \hat{j} \right)$$

es decir:

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad E_y = -\frac{dV}{dy}$$

El módulo es

$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$  la dirección y el sentido

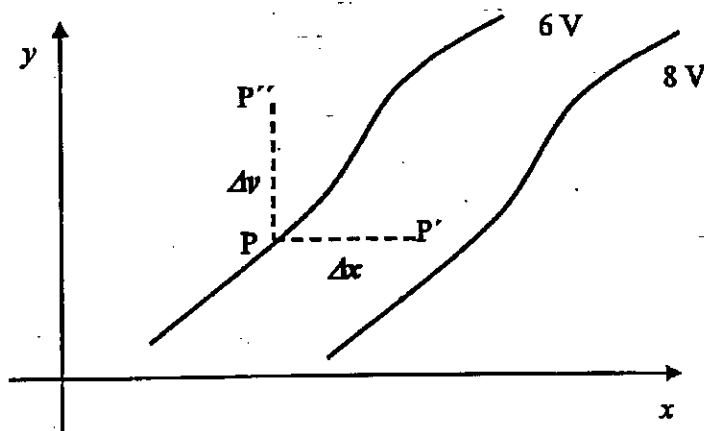


queda determinado calculando  $\vartheta$

$$\vartheta = \text{arc tg } \frac{E_y}{E_x}$$

Los signos de  $E_x$  y  $E_y$  nos indican el cuadrante al que pertenece  $\vec{E}$ .  
En la práctica utilizaremos las expresiones aproximadas.

$$\frac{\Delta V_x}{\Delta x} = -E_x \quad \text{y} \quad \frac{\Delta V_y}{\Delta y} = -E_y$$



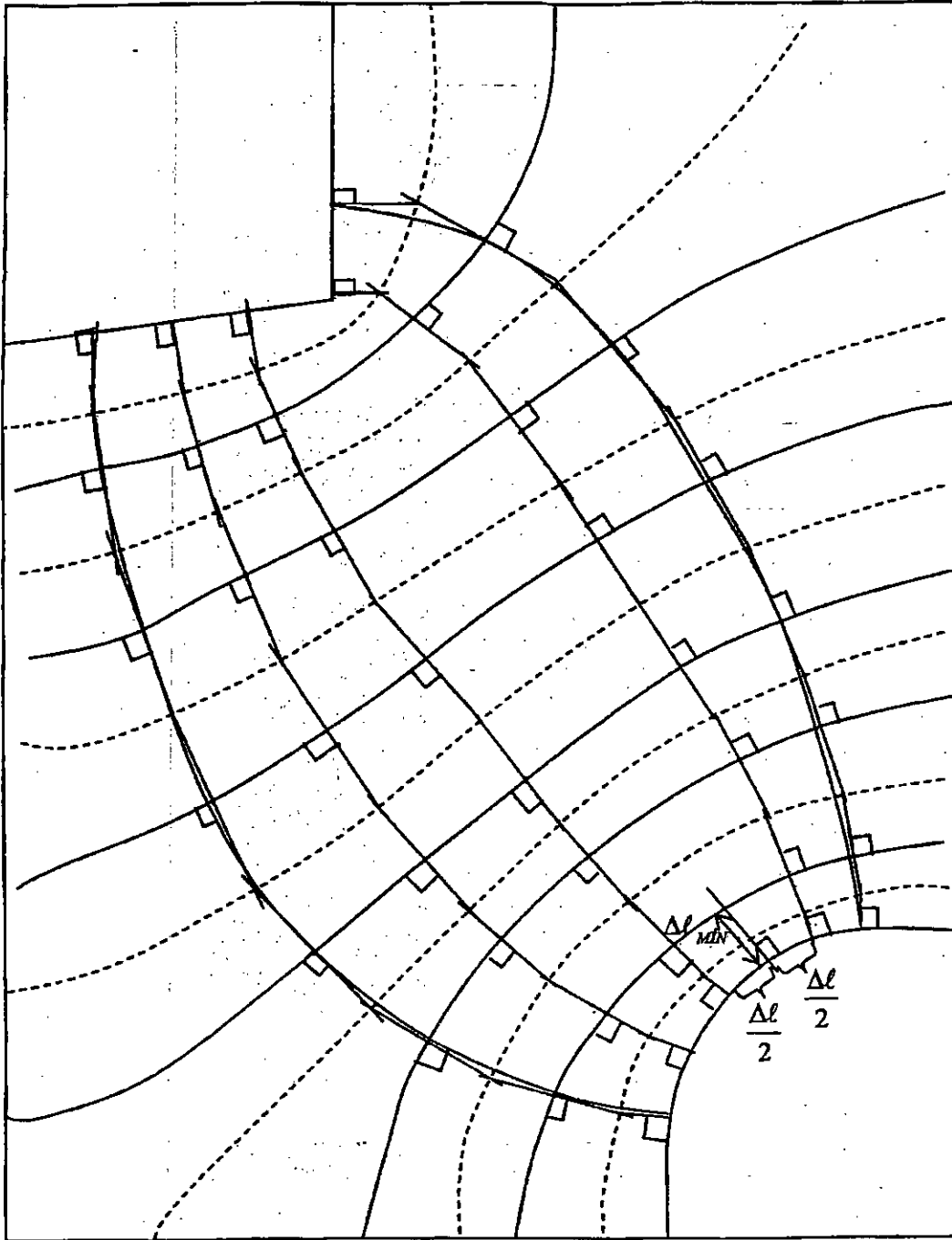
$$\begin{aligned} \Delta x &= x_{P'} - x_P \\ \Delta y &= y_{P''} - y_P \\ \Delta V_x &= V_{P'} - V_P \\ \Delta V_y &= V_{P''} - V_P \end{aligned}$$

(se debe poner atención a los signos de los cuatro incrementos para obtener la correcta orientación de  $\vec{E}_x$  y  $\vec{E}_y$ ).

3) Para el trazado de las líneas de campo se debe tener en cuenta las siguientes propiedades.

- Las líneas de campo son líneas continuas que tienen su origen en cargas positivas y terminan en cargas negativas.
- Son líneas imaginarias dibujadas de tal modo que su dirección (la de su tangente) en cada punto es la dirección del campo en dicho punto.
- Cortan ortogonalmente a las superficies equipotenciales (en nuestro caso las trazas o líneas equipotenciales).
- Las trazas de los electrodos en el plano que se representa el campo son líneas equipotenciales.
- Se conviene en dibujar un número limitado de líneas de fuerza con el criterio que su densidad en una región sea la medida de la intensidad de campo en dicha región.

En el trabajo práctico se empleará el *método de los cuadrados curvilíneos* que se forman entre dos líneas equipotenciales contiguas y dos líneas de campo cuya separación deberá ser igual a la separación de las anteriores.



Prácticamente se procede así:

1. Se interpolan a ojo las líneas equipotenciales intermedias 1 Volt, 3 Volt, 5 Volt etc. (se dibujan en punteado).
2. Se comienza el trabajo desde la parte central de uno de los electrodos (desde el punto de máximo gradiente para los electrodos convexos o mínimo para los cóncavos).

3. Se mide la mínima distancia  $\Delta l$  entre las equipotenciales de 0V, 2V en el primer caso o la máxima en el segundo caso.
4. Desde el pie de esa distancia se lleva sobre la equipotencial de 0V,  $\frac{\Delta l}{2}$  a cada lado con un compás y se determinan dos puntos.
5. Desde cada uno de esos dos puntos se traza una perpendicular a la primera equipotencial (0 Volt) hasta cortar a la equipotencial de 1 Volt, luego desde este punto una perpendicular a la equipotencial de 2 Volt hasta cortar a la de 3 Volt y así sucesivamente hasta llegar perpendicularmente a la equipotencial de 4 Volt.
6. Las restantes líneas a cada lado de las dos primeras ya trazadas deben separarse de la anterior una distancia de tal manera de formar cuadrados curvilíneos.
7. Para comenzar el trazado es conveniente elegir el electrodo que no presente angulosidades.
8. Las evolventes de las líneas quebradas obtenidas son las líneas de campo.

## CURVAS CARACTERÍSTICAS

**Objetivo:** Obtener experimentalmente las curvas características de corriente en función de la tensión para diferentes muestras.

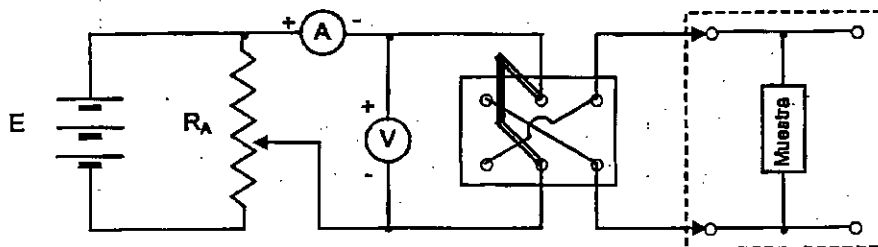
### Breve consideración teórica:

Si se establece una diferencia de potencial constante "V" entre los extremos de un conductor, de inmediato circula por él una corriente eléctrica estacionaria de intensidad "i".

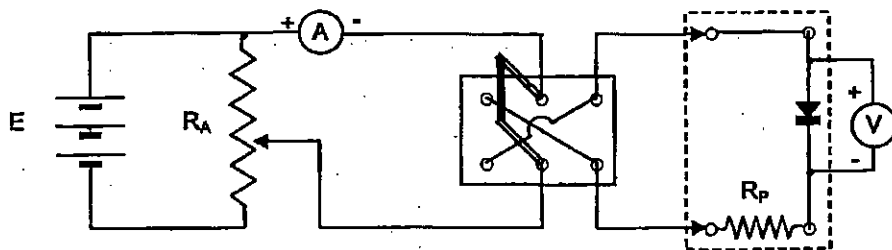
Es posible medir la diferencia de potencial entre los extremos del conductor con un voltímetro y la intensidad de la corriente eléctrica que circula por el mismo con un amperímetro. Si se efectúa una serie de mediciones de pares de valores de  $i$  y de  $V$  correspondientes, se puede hacer una representación gráfica cartesiana de la intensidad de la corriente en función de la tensión. Trazando una curva adecuada entre los puntos que representan los pares de valores medidos, obtenemos la curva característica del conductor empleado.

### Guía para hacer el trabajo:

- **Materiales:** para el armado del circuito se emplea un cable de alimentación (que se conecta a la red de tensión continua del laboratorio), un reóstato de  $230\ \Omega$  (para hacer el divisor de tensión que alimente las muestras), una llave inversora, un multímetro digital (para medir tensión), un amperímetro, cables de conexión y tres muestras (un alambre de constantán, una lámpara eléctrica incandescente y un diodo).
- **Circuitos:**
  - Para la muestra de alambre y la lámpara incandescente:



- Para el diodo:



- **Desarrollo:** Luego de haber identificado los materiales, se procede al armado del circuito, colocando la muestra de alambre, atendiendo a la polaridad de los instrumentos de medida y sin conectarlo a la fuente de tensión. Antes de establecer esta última conexión, se debe tener la

precaución de colocar el cursor del reóstato  $R_A$  en la posición en la que suministra la tensión mínima, y se debe colocar cada instrumento en su máximo alcance. Finalmente se conecta la tensión y se verifica el correcto funcionamiento del circuito (que el amperímetro desvíe su aguja en el sentido que corresponde, que el voltímetro indique tensiones positivas, que cambien la tensión y la intensidad de corriente al mover el cursor de  $R_A$ ).

Para la obtención de los datos que permiten representar la curva característica del alambre, se prevé colocar el cursor de  $R_A$  en diez posiciones diferentes y, para cada una de ellas, se medirá la tensión y la intensidad de corriente en la muestra. Para analizar si el comportamiento de la muestra es el mismo o si cambia cuando la corriente circula en sentido contrario, se hace una secuencia similar de mediciones pero con la polaridad invertida mediante la llave inversora. Las mediciones se organizan en una tabla adecuada para confeccionar luego la gráfica de la tensión de la muestra en función de la intensidad de la corriente que circula por ella, obteniéndose así la curva característica del alambre.

Una vez obtenidos los datos con la muestra de alambre, se la cambia por la lámpara incandescente y se procede a efectuar diez mediciones con una polaridad y otras diez con la polaridad invertida, tal como con la primera muestra, se tabulan los datos y se confecciona la curva característica.

Finalmente, para obtener la curva característica del diodo, se emplea el segundo circuito y se hace una serie de diez mediciones con cada polaridad. El resistor  $R_P$ , que está ubicado en la misma placa que el diodo, tiene el propósito de limitar la intensidad de la corriente que circula por este último.

- **Conclusiones del trabajo.**

## Leyes de Kirchhoff

### Objetivos del Trabajo práctico:

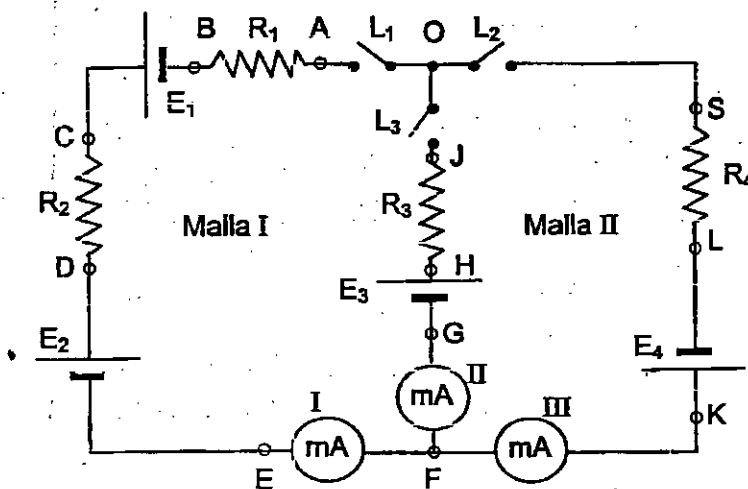
- Estudio de un circuito de corriente continua.
- Verificación de las leyes de Kirchhoff.

### Material empleado:

- 4 pilas secas Nº 6; 1,5 V.
- 4 resistores fijos.
- 3 miliamperímetros.
- 3 interruptores.
- 1 voltímetro de elevada resistencia interna.
- Cables de conexión.

### Guía del trabajo:

- Identifique el material provisto por el Laboratorio y verifique si los instrumentos marcan cero. Si fuese necesario algún ajuste o si tiene alguna duda, consulte al personal auxiliar.
- Arme el circuito esquematizado en la siguiente figura, respetando la polaridad de las pilas y manteniendo abiertos los interruptores.



- Utilizando el voltímetro y manteniendo los tres interruptores abiertos, mida la diferencia de potencial entre los bornes de cada pila. Dada la elevada resistencia interna del voltímetro podemos considerar que cada una de estas diferencias de potencial representa la fuerza electromotriz de la respectiva fuente.

$E_1 =$	$E_2 =$	$E_3 =$	$E_4 =$
---------	---------	---------	---------

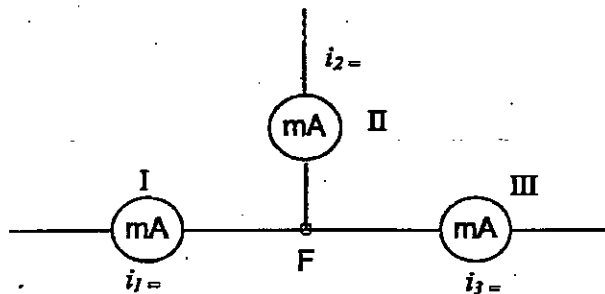
### 1ra. Parte: Verificación de la primera Ley de Kirchhoff:

Recordemos una de las formas de enunciar la primera ley de Kirchhoff o ley de los nudos (o nodos):

En todo nudo, la suma de las intensidades de las corrientes que llegan es igual a la suma de las intensidades de las corrientes que salen del mismo.

$$\sum i_{in} = \sum i_{out}$$

- d) Verifique que los tres miliamperímetros indiquen valores positivos estando cerrados los tres interruptores. Si la aguja de alguno de los instrumentos se desviara empujando hacia su tope inferior, se deberán invertir sus conexiones en el circuito.
- e) Teniendo en cuenta que en cada miliamperímetro la corriente fluye del borne positivo (rojo) hacia el negativo (celeste), complete el esquema con los sentidos de circulación y las intensidades de las corrientes en las tres ramas:



(Abra los tres interruptores al finalizar las mediciones)

- f) Con los valores y sentidos obtenidos, aplique la primera ley de Kirchhoff.
- g) Determine, fundamentando la respuesta, si se verifica o no la primer ley de Kirchhoff.

### 2da. Parte: Verificación de la segunda Ley de Kirchhoff:

La segunda ley, o ley de las mallas, para los circuitos de corriente continua establece que:

"La suma algebraica de las diferencias de potencial encontradas en una malla, recorrida en un sentido determinado, es igual a cero.

$$\sum_{\text{malla}} (V_i - V_j) = 0$$

2.1- Verificación de la segunda ley en la malla I con las tres llaves cerradas:

- h) Conecte el borne negativo del voltímetro al punto "O" del circuito.
- i) Cierre los tres interruptores.
- j) Recorriendo la malla con la punta libre del voltímetro, determine los potenciales de los puntos A, B, C, etc., respecto de "O", completando la columna "a", de la Tabla A.-

- k) Anote las lecturas obtenidas en los miliamperímetros de la malla I, completando la columna "b". Repare en que el valor correspondiente a los puntos "O" y "F" dependerá de la rama que se esté analizando, por lo cual se deberán considerar los valores que utilizará posteriormente ( en nuestro caso  $i_1$  e  $i_2$  ).-
- l) Abra los tres Interruptores, sin desarmar el circuito porque podrá resultarle necesario chequear algún valor.-

**Tabla A**

Punto	Valores medidos			Valores calculados		
	a	b	c	d	e	f
	$V_{i,o}$	i	Pila	$V_i - V_j$	Expresión	$R_{ij}$
	V	A	V	V	a utilizar	$\Omega$
A						
B						
C						
D						
E						
F						
G						
H						
J						

- m) Complete la columna "c", con los valores medidos en la primera parte del trabajo práctico. -
- n) Calcule la diferencia de potencial entre puntos sucesivos, a partir de los valores de potencial indicados en la columna "a". Complete la columna "d".-
- o) Complete la columna "e" en las celdas cuyos pares de puntos tienen conectada una resistencia (puede ser interna de un instrumento). Recuerde que el valor de una resistencia se obtiene dividiendo la tensión entre sus extremos por la intensidad de la corriente que lo recorre ( $R = \frac{V_i - V_j}{i}$ ), si la corriente circula en el sentido  $i \rightarrow j$ .-
- p) Complete la columna "e" en las celdas cuyos pares de puntos tienen conectada una pila. Recuerde que la resistencia interna de una pila se puede determinar comparando la fuerza electromotriz de la misma con la diferencia de potencial entre sus bornes, a circuito cerrado (columnas "c" y "d", respectivamente). La diferencia entre estos valores se debe a la caída de potencial en la resistencia interna de la pila ( $r = \frac{E - V}{i}$ ), si la corriente circula de borne negativo a positivo (por dentro de la pila).-
- q) Calcule las resistencias correspondientes a cada elemento, completando la columna "f".-
- r) Determine, fundamentando su respuesta si se cumple la Segunda Ley de Kirchhoff.-

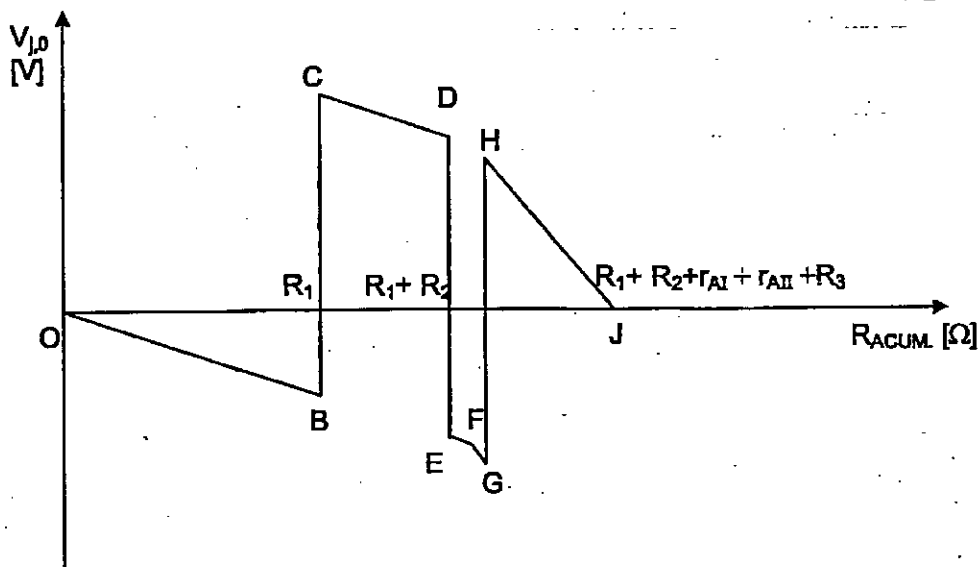
**2.2 - Verificación de la segunda regla en la malla II con  $L_2$  y  $L_3$  cerradas y  $L_1$  abierta:**

s) Repita el procedimiento anterior, sobre la malla II y complete la Tabla "B";

**Tabla B**

Punto	Valores medidos			Valores calculados		
	a	b	c	d	e	f
	$V_{j,0}$ V	I A	Pila V	$V_i - V_j$ V	Expresión a utilizar	$R_{i,j-r}$ $\Omega$
J						
H						
G						
F						
K						
L						
S						

t) Confeccione, en papel milimetrado, una representación gráfica del potencial eléctrico de los diferentes puntos de la malla I (respecto de O) en función de la resistencia acumulada, con los valores de las columnas "a" y "f" de la Tabla "A" (sin tener en cuenta las resistencias internas de las pilas). La gráfica presentará un aspecto como el siguiente:



- u) Interprete el significado de la pendiente de cada tramo inclinado de la representación.-
- v) Confeccione un gráfico similar para la malla II, con los datos de la Tabla "B" y analice las pendientes de los tramos inclinados.-
- w) Formule sus conclusiones acerca de este trabajo.-

## PUENTE DE WHEATSTONE

### 1.- OBJETIVO DEL TRABAJO PRÁCTICO

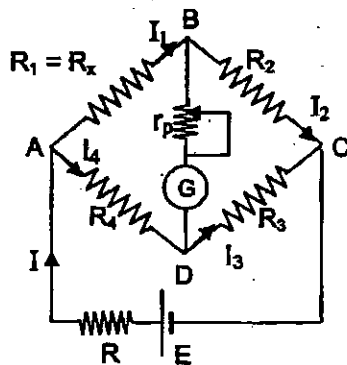
Determinar el valor de diferentes resistencias mediante el circuito conocido como "PUENTE DE HILO", con el fin de:

- a) Calcular la resistividad de una muestra.
- b) Verificar las leyes de asociación de resistencias.
- c) Analizar en cada caso los errores cometidos.

### 2.- FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Un procedimiento muy común y preciso para determinar el valor de una resistencia por el método de cero es el que emplea el circuito "puente", conocido con el nombre "PUENTE DE WHEATSTONE".

El circuito es el siguiente:



Consta de cuatro resistores dispuestos según los lados de un cuadrilátero ABCD, en una de cuyas diagonales (BD) se ubica el detector de cero (galvanómetro), y en la otra (AC) la fuente de alimentación.

Al conectar la resistencia de valor desconocido entre los vértices A y B ( $R_x = R_1$ ), las otras resistencias pueden ajustarse de manera tal que la intensidad de corriente por la rama BD se anule ( $I_g = 0$ ).

En estas condiciones decimos que el puente está equilibrado y se cumple que los productos de las resistencias ubicadas en las ramas opuestas o paralelas son iguales.

$$R_x \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$$

Demostraremos esta igualdad.

Si  $I_g = 0$  significa que la d.d.p entre B y D es nula, es decir,  $V_B = V_D$ , en estas condiciones resulta  $I_1 = I_2$  e  $I_3 = I_4$ , y siendo:

$$V_{AB} = V_{AD} \Rightarrow R_x \cdot I_1 = R_4 \cdot I_4 \quad (1)$$

$$V_{BC} = V_{DC} \Rightarrow R_2 \cdot I_2 = R_3 \cdot I_3 \quad (2)$$

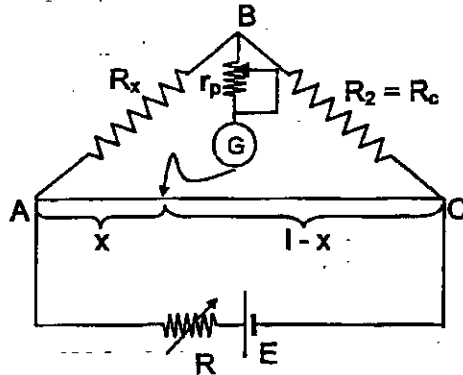
Dividiendo miembro a miembro (1) y (2) resulta:

$$\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

Luego se tiene:

$$\boxed{R_x = \frac{R_4}{R_3} R_2} \quad (3)$$

En la práctica utilizamos una simplificación del puente de Wheatstone, llamada puente de hilo; donde se han sustituido los resistores  $R_3$  Y  $R_4$  por un hilo conductor homogéneo de sección constante. El circuito es el siguiente:



La fuente de alimentación es una pila seca en serie con un resistor variable, de manera de poder modificar  $V_{AC}$ , pues la sensibilidad del puente es directamente proporcional a dicha d.d.p.

La resistencia  $R_2$  es una caja de décadas que llamamos  $R_c$ .

Como detector de cero se usa un galvanómetro en serie con un resistor de protección  $r_p$ .

En este caso resulta:

$$R_3 = \rho \frac{l_3}{S} \quad R_4 = \rho \frac{l_4}{S}$$

por lo cual la expresión (3) queda:  $R_x = \frac{l_4}{l_3} R_c$

En este caso para lograr el equilibrio se varía la razón de  $\frac{l_4}{l_3}$  desplazando el cursor sobre el hilo. La lectura de  $l_4 = x$  se hace sobre una regla milimetrada, resultando

$$l_3 = l - x$$

por lo cual la expresión (3) queda:

$$R_x = \frac{x}{l-x} R_c \quad (4)$$

Expresión que permite calcular  $R_x$  a partir de la lectura de  $R_c$  y  $x$ .

Para el cálculo de la resistividad de una muestra, utilizamos la expresión:

$$R_x = \rho \frac{L}{a}$$

donde "L" es la longitud de la muestra y "a" la sección que expresamos como

$a = \frac{\pi D^2}{4}$  (D diámetro muestra) resulta:

$$\rho_x = R_x \frac{\pi D^2}{4L} \quad (5)$$

### 3.- CÁLCULO DE ERRORES

#### a) Cálculo del error de $R_x$

Para determinar el error relativo de  $R_x$ , partimos de la expresión (4) donde esta es función de dos variables independientes  $x$  y  $R_c$ , aplicándole el teorema del valor medio para el cálculo de errores cuya expresión es si  $z = f(x, y)$ :

$$|\Delta z| \leq \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| |\Delta x| + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| |\Delta y| \quad \text{donde } \Delta z, \Delta x \text{ y } \Delta y \text{ son las incertezas absolutas.}$$

de donde resulta:

$$|\Delta R_x| \leq \left| \frac{\partial R_x}{\partial x} \right| |\Delta x| + \left| \frac{\partial R_x}{\partial R_c} \right| |\Delta R_c| \Rightarrow |\Delta R_x| \leq \frac{l}{(l-x)^2} R_c |\Delta x| + \frac{x}{l-x} |\Delta R_c|$$

Ya que en el cálculo de errores nos interesa dar la cota máxima de error absoluto.

Para obtener el error relativo dividimos ambos miembros por  $R_x$ , obteniendo:

$$\epsilon_{R_x} = \frac{|\Delta R_x|}{R_x} = \frac{l}{(l-x)^2} R_c \cdot \Delta x \frac{l-x}{x} \frac{1}{R_c} + \frac{x}{l-x} \cdot \Delta R_c \cdot \frac{l-x}{x} \frac{1}{R_c} \quad \text{finalmente}$$

$$\epsilon_{R_x} = \frac{l}{l-x} \cdot \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta R_c}{R_c} \quad (6)$$

Analicemos el 2<sup>do</sup> miembro de esta expresión:

$\frac{\Delta R_c}{R_c}$  es el error relativo de construcción de la caja  $R_c$  dada por el fabricante,

cuyo valor es de 0.5%, es decir, 0,005.

En el 1<sup>er</sup> término  $\Delta x$  es la indeterminación en la posición del cursor al alcanzar el equilibrio, que depende de dos causas (por lo que será la suma de dos términos  $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$ ):

- I) De la indeterminación en la lectura  $x$  sobre la regla, debido a su menor división, y al grosor del cursor, que simbolizaremos como  $\Delta x_1$ , y consideramos de 1mm.
- II) De la sensibilidad del puente, que simbolizaremos con  $\Delta x_2$ . (Definimos como sensibilidad del puente al desplazamiento máximo del cursor sin que se detecte deflexión en la aguja).

Puede suceder que una variación apreciable en la posición del cursor, no produzca ningún cambio en la indicación del galvanómetro. Debemos relacionar entonces la lectura en el galvanómetro con los desplazamientos del cursor sobre la regla milimetrada. Se define como sensibilidad absoluta del puente a la relación entre la variación  $\Delta \alpha$  en la indicación del galvanómetro y la variación  $\Delta x$  en la posición del cursor que provocó aquella variación.

$$S = \frac{\Delta \alpha}{\Delta x} \quad [S] = \frac{\text{div}}{\text{mm}}$$

La sensibilidad depende de la posición del cursor sobre el puente y es directamente proporcional a la diferencia de potencial entre los extremos del puente.

Para obtener la sensibilidad procedemos del siguiente modo:

Se desplaza el cursor hacia la izquierda hasta que el índice del detector de cero (galvanómetro) se desplace 1 o 2 divisiones, y se determina:

$$S_{Izq} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta X_{Izq}}$$

Repitiendo la operación a la derecha, se obtiene  $S_{der} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta X_{der}}$

luego:  $S = \frac{S_{Izq} + S_{DER}}{2}$

Conociendo la sensibilidad S, para una determinada posición del cursor, se podrá determinar  $\Delta x_2$  que es la indeterminación en la posición del cursor debida a la sensibilidad del puente cuya cota máxima será la máxima variación en la posición del cursor que no produzca una variación apreciable en la posición de la aguja. Si consideramos que, el error de apreciación es la mínima variación apreciable en la posición de la aguja, es  $\Delta \alpha_2 = 0,5div$ , resulta:

$$S = \frac{\Delta \alpha_2}{\Delta x_2} \text{ de donde surge: } \Delta x_2 = \frac{\Delta \alpha_2}{S} = \frac{0,5div}{S}$$

Colocándonos en la situación más desfavorable, tenemos para el error de apreciación del puente:

$$|\Delta x| = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \Rightarrow |\Delta x| = 1mm + \frac{0,5div}{S}$$

con lo cual se está en condiciones de determinar  $\varepsilon_{R_x}$  y  $R_x$ , mediante la expresión (6).

b) Cálculo del error de  $\rho$ :

Propagando errores a la ecuación (5) se tiene:

$$\varepsilon_{\rho_x} = \varepsilon_{\pi} + \varepsilon_{R_x} + \varepsilon_L + 2 \cdot \varepsilon_D \Rightarrow \left| \frac{\Delta \rho_x}{\rho_x} \right| = \left| \frac{\Delta \pi}{\pi} \right| + \left| \frac{\Delta R_x}{R_x} \right| + \left| \frac{\Delta L}{L} \right| + 2 \left| \frac{\Delta D}{D} \right|$$

$\Delta L$  y  $\Delta D$  son errores de apreciación en las lecturas de la longitud de la muestra y su diámetro. En nuestro caso  $\Delta L = 1mm$  y  $\Delta D = 0,01mm$

El error relativo de  $\pi$  puede ser despreciado en el cálculo de errores, si consideramos que el error relativo de  $\pi$  debe ser por lo menos menor que la décima parte del error experimental, tal que se cumpla:

$$\varepsilon_{\pi} \leq \frac{1}{10} (\varepsilon_{R_x} + \varepsilon_L + 2 \cdot \varepsilon_D) \quad (7)$$

Para todo esto tendremos en cuenta la siguiente tabla:

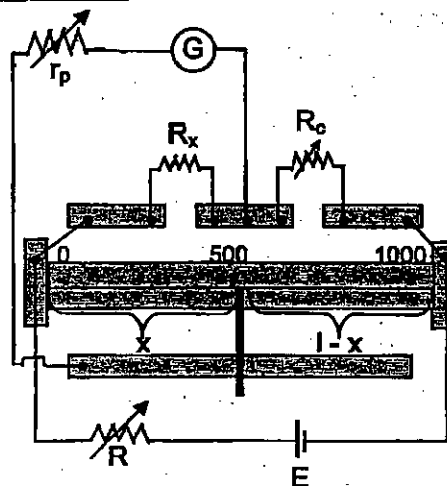
$\pi$	$\Delta\pi$	$\varepsilon_\pi$
3,1	0,1	0,032
3,14	0,01	0,0032
3,141	0,001	0,00032
3,1415	0,0001	0,000032

Se observa que al tomar más cifras significativas de  $\pi$ , el error relativo disminuye y bastará tomar el valor de  $\pi$  que cumpla con (7).

#### 4.- MATERIAL NECESARIO

- Puente de hilo N°.....
- Reóstato R N°.....
- Una pila seca 1,5V
- Caja de resistencias por décadas  $R_c$  N°.....
- Resistencia de protección  $r_p$  N°.....
- Muestra de constantán N°.....
- Placa de resistencias para conexión serie-paralelo N°.....

#### 5.- CIRCUITO A EMPLEAR



#### 6.- CUADRO DE VALORES

a) Valores medidos

	$R_c$	$x$	$\Delta\alpha$	$\Delta X_{izq}$	$\Delta X_{der}$	$\Delta X_t$	$d$	$\Delta d$	$D$	$\Delta D$
	$\Omega$	mm	div	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
$R_A$						1				
$R_1$						1				
$R_2$						1				
$R_s$						1				
$R_p$						1				

b) Valores calculados

	$R_x$	$S_{izq}$	$S_{der}$	$S$	$\Delta x_2$	$\Delta x$	$\frac{\Delta R_x}{R_x}$	$2 \left  \frac{\Delta D}{D} \right $	$\left  \frac{\Delta d}{d} \right $	$\left  \frac{\Delta \rho_x}{\rho_x} \right $
	$\Omega$	Div/mm	Div/mm	Div/mm	mm	mm	---	---	---	---
$R_A$										
$R_1$										
$R_2$										
$R_s$										
$R_p$										

$$R_A \pm \Delta R_A =$$

$$\rho \pm \Delta \rho =$$

$$R_1 \pm \Delta R_1 =$$

$$R_2 \pm \Delta R_2 =$$

$$R_s \pm \Delta R_s =$$

$$R_{s'} \pm \Delta R_{s'} =$$

$$R_p \pm \Delta R_p =$$

$$R_{p'} \pm \Delta R_{p'} =$$

## 7.-DISCUSION

### GUÍA DE TRABAJO

- Verificar el estado del material a emplear. Armar el circuito con  $r_p$  al máximo. Tener en cuenta que se debe colocar  $R_x$  del lado del cero de la regla.
- En general es conveniente colocar en  $R_c$  un valor de resistencia próxima a la que se desea medir, de esta forma el equilibrio se logra en la zona central del puente, donde el error en la determinación de la resistencia incógnita  $R_x$  es mínimo. ( ver apéndice )
- Con  $r_p$  al máximo se observa la deflexión de la aguja del galvanómetro. Alternativamente se va corrigiendo el valor de  $R_c$  y disminuyendo el valor de  $r_p$ , tratando de lograr el equilibrio con  $r_p = 0$  y cuando el galvanómetro marca 0, si no se logra el equilibrio, se ajusta variando levemente la posición del cursor. Con el valor de  $R_c$  y de  $x$ , se calcula el valor de  $R_x$ :

$$R_x = \frac{x}{L-x} R_c \quad (4)$$

- Se desplaza la posición del cursor a la izquierda de la posición de equilibrio en 1 ó 2 divisiones del galvanómetro, leyendo en la regla el corrimiento  $\Delta x_{izq}$  para ese  $\Delta \alpha$ . Se calcula entonces:

$$S_{izq} = \frac{\Delta \alpha}{\Delta x_{izq}}$$

Análogamente se determina:

$$S_{der} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta x_{der}} \quad \text{luego} \quad S = \frac{S_{Izo} + S_{DER}}{2}$$

e) Con el valor de S se calcula :

$$|\Delta x| = 1mm + \frac{0,5div.}{S}$$

f) Se calcula el valor de  $\epsilon_{R_x}$

$$\epsilon_{R_x} = \frac{1000}{1000 - x} \cdot \frac{\Delta x}{x} + 0,005$$

g) Se halla:  $\Delta R_x = R_x \cdot \epsilon_{R_x}$  luego  $R_x = R_{x0} \pm \Delta R_x$

h) En el caso de la muestra de constantán se calcula:

$\epsilon_{\rho_x} = \epsilon_{R_x} + \epsilon_L + 2 \cdot \epsilon_D$  y considerando su décima parte, se determina el valor adecuado de  $\pi$  con la tabla de los errores de  $\pi$ .  
Con dicho valor se calcula

$$\rho_x = R_x \frac{\pi D^2}{4L}$$

y  $\Delta \rho_x = \rho_x \cdot \epsilon_{R_x}$  luego  $\rho_x = \rho_{x0} \pm \Delta \rho_x$

i) Siguiendo los mismos pasos desde b) hasta g) se determinan  $R_1, R_2, R_s, R_p, \Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_s$  y  $\Delta R_p$ .

j) Con los valores de  $R_1$  y  $R_2$  se calcula:

$$R_s = R_1 + R_2$$

$$\Delta R_s = \Delta R_1 + \Delta R_2$$

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\Delta R_p = R_p^2 \cdot \left[ \frac{\Delta R_1}{R_1^2} + \frac{\Delta R_2}{R_2^2} \right]$$

(Ver deducción de fórmula en el apéndice)

k) Se comparan los valores calculados con los valores medidos.

## APÉNDICE

**SECCIÓN 1.-** Para demostrar que el error es mínimo cuando se logra el equilibrio del puente con el cursor en el centro, partimos de la expresión:

$$R_x = \frac{x}{l-x} \cdot R_c$$

aplicándole el teorema del valor medio para propagar errores ya que  $R_x = f(x, R_c)$  resulta:

$$\Delta R_x = \frac{\partial R_x}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial R_x}{\partial R_c} \cdot \Delta R_c \text{ de donde}$$

$$\Delta R_x = \frac{(l-x) - (-1)x}{(l-x)^2} R_c \cdot \Delta x + \frac{x}{(l-x)} \Delta R_c \text{ entonces}$$

$$\Delta R_x = \frac{l-x+x}{(l-x)^2} R_c \cdot \Delta x + \frac{x}{(l-x)} \Delta R_c \text{ multiplicando ambos}$$

miembros por el inverso de  $R_x$  se obtiene:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{l}{(l-x)^2} R_c \cdot \Delta x \cdot \frac{l-x}{x} \cdot \frac{1}{R_c} + \frac{x}{(l-x)} \Delta R_c \cdot \frac{l-x}{x} \cdot \frac{1}{R_c}$$

simplificando  $\boxed{\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{l}{l-x} \cdot \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta R_c}{R_c}} \quad (8)$

Debemos encontrar el mínimo de la expresión, luego la derivamos respecto de  $x$  e igualamos a cero para obtener el punto crítico.

$$\frac{\partial \varepsilon_{R_x}}{\partial x} = \frac{-l(l-2x)}{(l-x)^2 x^2} \Delta x = 0 \Rightarrow l-2x=0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{l}{2}}$$

**SECCION 2.- a)** Siendo  $R'_s = R_1 + R_2$  propagamos errores

$$\Delta R'_s = \frac{\partial R'_s}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial R'_s}{\partial R_2} \Delta R_2$$

$$\Delta R'_s = 1 \cdot \Delta R_1 + 1 \cdot \Delta R_2 \Rightarrow \boxed{\Delta R'_s = \Delta R_1 + \Delta R_2}$$

**B)** Siendo  $R'_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$  del mismo modo

$$\Delta R'_p = \frac{\partial R'_p}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial R'_p}{\partial R_2} \Delta R_2 = \frac{R_2(R_1 + R_2) - R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \Delta R_1 + \frac{R_1(R_1 + R_2) - R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \Delta R_2$$

$$\Delta R_p' = \frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \Delta R_1 + \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \Delta R_2$$

Multiplicando y dividiendo por  $(R_p')^2$

$$\Delta R_p' = \left( \frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \Delta R_1 + \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \Delta R_2 \right) \frac{(R_p')^2}{\frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{(R_1 + R_2)^2}}$$

$$\Delta R_p' = (R_p')^2 \left( \frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1^2 \cdot R_2^2} \cdot \Delta R_1 + \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1^2 \cdot R_2^2} \cdot \Delta R_2 \right)$$

Finalmente 
$$\Delta R_p' = (R_p')^2 \left( \frac{\Delta R_1}{R_1^2} + \frac{\Delta R_2}{R_2^2} \right)$$

## "CIRCUITO RLC SERIE EN RÉGIMEN SENOIDAL PERMANENTE"

### OBJETIVO DEL TRABAJO PRÁCTICO:

El objetivo del trabajo práctico es el estudio de un circuito RLC serie conectado a un generador de tensión senoidal en régimen permanente. Dividiremos el trabajo en tres partes:

- Utilización del osciloscopio para la comprobación de la frecuencia de resonancia por tres métodos diferentes.
- Realización de mediciones para calcular y comprobar parámetros del circuito a la frecuencia de resonancia y por encima y debajo de ella.
- Con los valores obtenidos en el punto anterior, se realizarán los correspondientes diagramas fasoriales de tensión, corriente, e impedancia.

### INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Supongamos un generador de fem alterna senoidal que entrega una tensión:

$$e(t) = E_M \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_V)$$

$E_M$ : Valor máximo de la fem  
 $\omega$ : Pulsación =  $2\pi f$   
 $\varphi_V$ : Fase inicial de la tensión

Al conectar este generador de fem senoidal a resistores, inductores o capacitores, se obtienen distintas relaciones de fase entre la fem aplicada y la corriente que circula por los elementos.

Por ejemplo:

$$i(t) = I_M \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_I)$$

$I_M$ : Valor máximo de la corriente  
 $\omega$ : Pulsación =  $2\pi f$   
 $\varphi_I$ : Fase inicial de la corriente

Ambas señales senoidales, difieren en la fase. Definimos esta diferencia de fase ( $\varphi$ ), de la tensión respecto de la corriente y no a la inversa, tal que:

$$\varphi = \varphi_V - \varphi_I$$

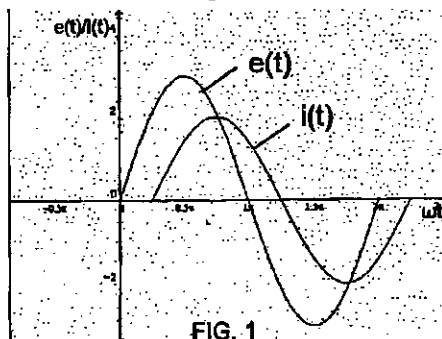
El valor de " $\varphi$ ", dependerá de los elementos del circuito y de la frecuencia del generador de tensión.

Supongamos un circuito donde  $\varphi_V = 0^\circ$  y  $\varphi_I = -45^\circ$

Por lo tanto será:  $\varphi = 0^\circ - (-45^\circ) = 45^\circ = \pi/4$

Esto significa que la tensión "adelanta" en  $45^\circ$  a la corriente. En general, si " $\varphi$ " es positivo, la tensión adelanta a la corriente y si " $\varphi$ " es negativo, la corriente adelantará a la tensión. En la figura 1, vemos un ciclo de cada una de las señales instantáneas.

Toda señal armónica puede ser asociada a un fasor, que es un vector que gira en el plano en sentido antihorario, a una velocidad constante  $\omega$ , y cuyo módulo es proporcional al valor máximo de la señal instantánea que representa. De manera tal que, una señal que varía senoidalmente con el tiempo podrá ser representada mediante la proyección del módulo del fasor sobre el eje vertical, mientras que una señal que varía cosenoidalmente quedará representada por la proyección sobre el eje horizontal.



En figura 2 se ve el diagrama fasorial del generador de tensión y en la figura 3, el que representa a las señales de tensión y corriente de la figura 1.

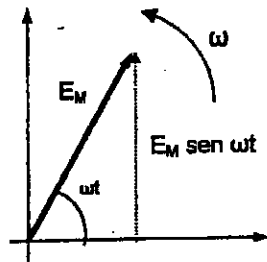


FIG. 2

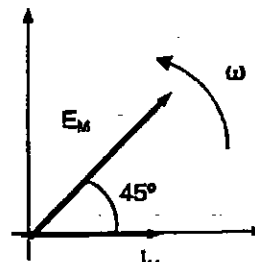
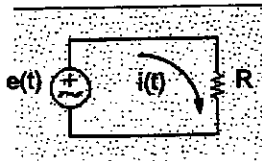


FIG. 3

Antes de realizar el estudio de un circuito RLC, como el del trabajo práctico, analizaremos circuitos de un solo tipo de elemento, comenzando por el resistivo puro.

En los próximos análisis y en el trabajo práctico consideraremos nula la resistencia del generador, es decir que la fem, será igual a la diferencia de potencial medida en los extremos del generador



$$e(t) = E_M \text{ sen } \omega t$$

$$e(t) = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = \frac{E_M}{R} \text{ sen } \omega t \Rightarrow i(t) = I_M \text{ sen } \omega t$$

Vemos que en un circuito resistivo puro, la tensión y la corriente están en fase ( $\varphi = 0^\circ$ ), es decir sus valores máximos y mínimos coinciden en el tiempo. Por lo tanto los diagramas instantáneos y fasoriales serán como los de la figura 4.

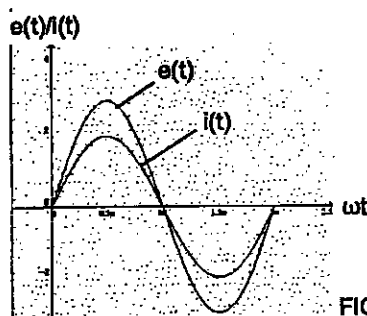
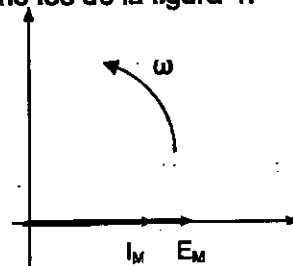
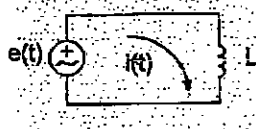


FIG 4



Veamos ahora que ocurre en el circuito inductivo puro



$$e(t) = E_M \text{ sen } \omega t$$

$$e(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$E_M \cdot \text{sen } \omega t = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$di = \frac{E_M \cdot \text{sen } \omega t dt}{L} \Rightarrow \text{integrando } i(t) = -\frac{E_M}{\omega \cdot L} \cos \omega t$$

$$i(t) = \frac{E_M}{\omega \cdot L} \text{ sen } (\omega t - 90^\circ)$$

En esta última expresión vemos que ahora la corriente está atrasada  $90^\circ$  respecto de la tensión (figura 5).

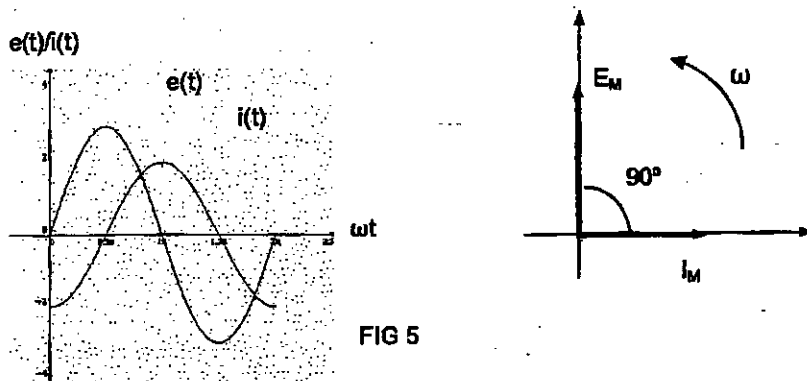
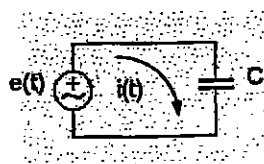


FIG 5

Procediendo igual que en los casos anteriores, se llega a demostrar que si en un circuito capacitivo puro, la tensión del generador es



$e(t) = E_M \text{ sen } \omega t$ , la corriente será :

$$i(t) = \omega \cdot C \cdot E_M \cdot \text{cos } \omega t$$

$$I(t) = \omega \cdot C \cdot E_M \cdot \text{sen } (\omega t + 90^\circ)$$

Según la última expresión vemos que ahora la corriente adelanta  $90^\circ$  respecto de la tensión ( $\varphi = -90$ . (Figura 6)

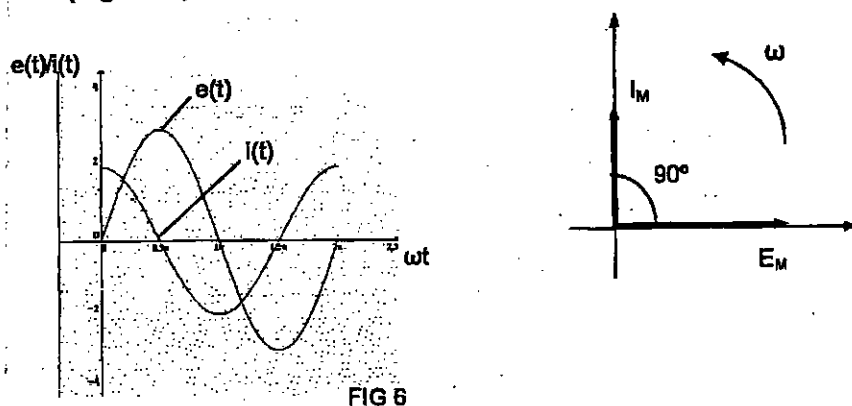
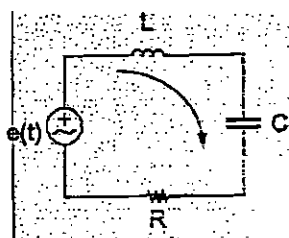


FIG 6

Ahora enfocaremos el análisis de un circuito RLC, como el que estudiaremos en el trabajo práctico.

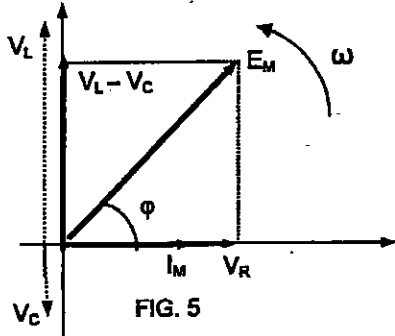
Planteamos para el circuito de la figura la segunda regla de Kirchhoff



$$e(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t)$$

$$e(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt$$

Dado que la solución de esta ecuación diferencial es la corriente del circuito,  $i(t) = I_M \cdot (\text{sen } \omega t + \phi_1)$ , cada una de las caídas de tensión en los elementos también son señales armónicas que pueden ser representadas mediante fasores. Por lo tanto, el valor máximo de la tensión aplicada será igual a la suma vectorial de los fasores representativos de las caídas de tensión en cada uno de los elementos del circuito. (Figura 5)



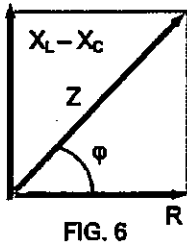
$$E_M = V_R + V_L + V_C$$

$$E_M = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \quad [1]$$

Ley de Ohm para régimen senoidal permanente:

$$Z = \frac{E_M}{I_M} = \frac{E_{ef}}{I_{ef}}$$

Donde  $Z$ , es la impedancia del circuito. Si dividimos por  $I_M$ , la expresión [1], obtenemos el diagrama de impedancias



Del gráfico:  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

y:  $\phi = \text{arctg} \frac{(X_L - X_C)}{R} \quad [2]$

Definimos:

$X_L = \omega \cdot L$  Reactancia Inductiva  $X_L = \left[ \frac{1}{s} \right] \cdot [H] = [\Omega]$

$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$  Reactancia Capacitiva  $X_C = \left[ \frac{1}{\frac{1}{s} \cdot F} \right] = \left[ \frac{s}{F} \right] = [\Omega]$

De la expresión [2], vemos que si  $X_L > X_C$ , el circuito es de carácter inductivo, ya que la tensión adelanta a la corriente ( $\phi$  positivo), en caso contrario,  $X_L < X_C$ , la corriente adelanta a la tensión ( $\phi$  negativo).

### FRECUENCIA DE RESONANCIA:

Retomando ahora el circuito RLC, analizamos la expresión de la impedancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \text{en el caso en que } X_L = X_C$$

$$Z = \sqrt{R^2} \Rightarrow Z = R$$

Es decir, si  $X_L = X_C$ , el circuito se comporta como si fuera resistivo puro, por lo tanto la tensión y la corriente estarán en fase. Esta frecuencia particular, recibe el nombre de **frecuencia de resonancia**. Veremos como se la puede determinar.

$$X_L = X_C$$

$$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} =$$

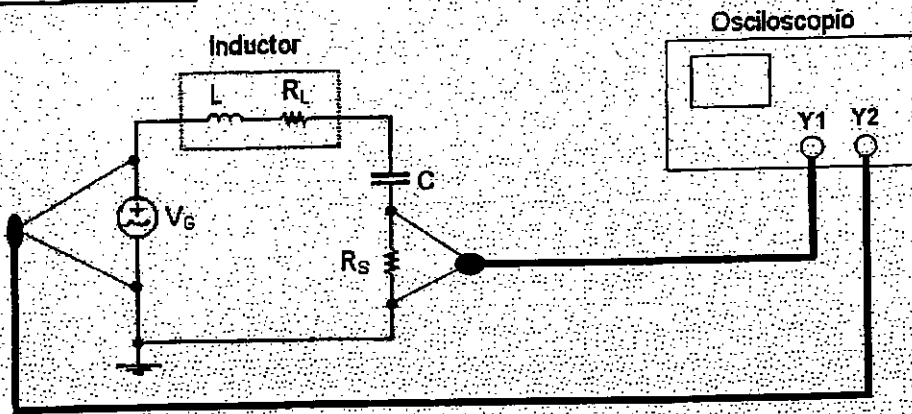
Hay un parámetro, denominado factor de mérito del circuito (Q) que resulta muy importante en algunas aplicaciones de los circuitos resonantes. El Q del circuito, se define como la relación entre la tensión medida en el inductor o capacitor (a la frecuencia de resonancia son iguales) y la tensión del generador.

$$Q = \frac{V_L}{V_G} = \frac{V_C}{V_G} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 \cdot L}{R} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_0 \cdot C \cdot R}$$

Observando las dos primeras relaciones, y despejando  $V_L$  y  $V_C$ , vemos que estas resultan Q veces mayores que la tensión del generador, por eso se las denomina sobretensiones.

## DESARROLLO DEL TRABAJO PRÁCTICO

### CIRCUITO UTILIZADO



### DESCRIPCIÓN DEL CIRCUITO

El circuito RLC bajo estudio, está constituido por el inductor (L), el capacitor (C), y la parte resistiva esta formada por  $R_L$ , que es la resistencia propia del inductor, debida al arrollamiento de cobre con el que se construyó y  $R_s$ , que es la única resistencia física, sobre la que podemos medir la diferencia de potencial en sus extremos para visualizar de esta manera en el osciloscopio la fase de la corriente del circuito serie que será la misma que la de la tensión en la resistencia. El circuito está alimentado por un generador de fuerza electromotriz variable en tensión y frecuencia.

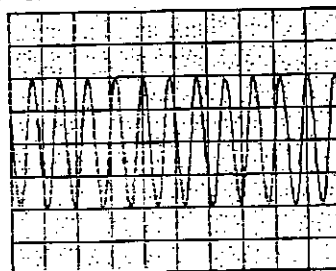
### MATERIALES UTILIZADOS

- Osciloscopio
- Multímetro digital
- Generador de funciones
- Capacitor
- Resistor
- Inductor

### **PARTE a): COMPROBACIÓN DE LA FRECUENCIA DE RESONANCIA CON OSCILOSCOPIO POR TRES METODOS DIFERENTES**

#### **a1): DETECCIÓN DE LA MÁXIMA CORRIENTE DEL CIRCUITO**

En la resonancia serie la corriente que circula por el circuito es máxima, en consecuencia la tensión sobre  $R_s$ , también pasará por un máximo. Esta verificación la realizamos modificando la frecuencia del generador en valores próximos a los de la frecuencia de resonancia y observando en el osciloscopio la tensión sobre  $R_s$ . Conviene operar con un tiempo de barrido mayor para poder observar mejor el máximo, tal como se indica en la figura.



El valor de la frecuencia de resonancia, lo determinamos midiendo en cualquier

punto del circuito utilizando el multímetro digital operando como medidor de frecuencia. Llamamos a este valor  $f_{01}$

$f_{01} =$

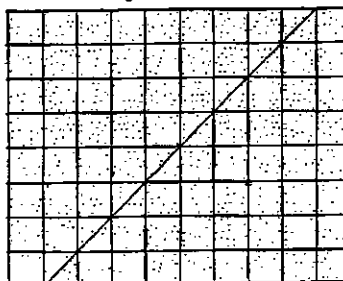
Obtener también la frecuencia de resonancia, midiendo el periodo en la escala horizontal del osciloscopio. (ver apéndice) y comparar ambos resultados).

**a2): COMPARACIÓN DE LAS FASES USANDO FIGURAS DE LISSAJOUS**  
 Para esta medición se deberá colocar el control Time/div. en la posición (X-Y).

Se determinará ahora la frecuencia de resonancia por el método de las figuras de Lissajous. Este método está basado en la composición de movimientos armónicos ortogonales (X-Y), de la misma frecuencia o múltiplos enteros y fase arbitraria.

Supongamos entonces que aplicamos dos tensiones armónicas, a las nuevas entradas X-Y del osciloscopio:

Horizontal:  $x = X \sin \omega t$   
 Vertical:  $y = Y \sin (\omega t + \varphi)$



Bajo estas condiciones el punto luminoso describe en la pantalla unas figura cerradas, denominadas figuras de Lissajous y cuya forma solo depende de  $\varphi$ . Si  $\varphi = 0$ , las dos tensiones se encuentran en fase y el punto se desplaza sobre una recta de pendiente unitaria ( $\alpha=45^\circ$ ) tal como indica la figura.

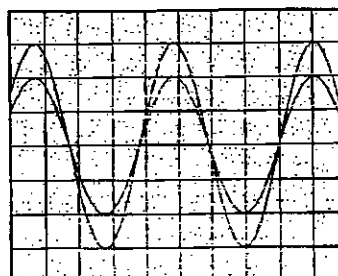
En nuestro circuito RLC, la tensión del generador ( $V_G$ ), y la corriente en el mismo, que tendrá la misma fase que la tensión sobre  $R_s$  ( $V_s$ ), se encontraran en fase sólo en la frecuencia de resonancia, por lo tanto podremos detectarla variando la frecuencia del generador hasta obtener en la pantalla del osciloscopio una imagen como la de la figura.

Se mide la frecuencia con el multímetro, igual que en el punto anterior

$f_{02} =$

**a3): COMPARACIÓN DE LAS RELACIONES DE FASE USANDO EL MODO DUAL**  
 Para esta medición se deberá colocar el control MODE en la posición DUAL.

Un tercer método, consiste en verificar la frecuencia de resonancia utilizando el modo DUAL. Se debe disparar el barrido con el canal  $Y_2$ , donde observamos la tensión del generador ( $V_G$ ), y en el canal  $Y_1$  observamos la tensión en los bornes de  $R_s$ , que tendrá la misma fase que la corriente. Ambas tensiones en la frecuencia de resonancia, deben encontrarse en fase, tal como se indica en la figura.



En estas condiciones volvemos a medir la frecuencia de resonancia con el multímetro.

$f_{03} =$

**PARTE b): MEDICIÓN Y CÁLCULO DE PARÁMETROS DEL CIRCUITO.**

Utilizando el multímetro digital como voltímetro medimos las siguientes tensiones a la frecuencia de resonancia.

Tensión salida del generador  $V_G =$   
 Tensión sobre  $R_s$   $V_{RS} =$   
 Tensión sobre el capacitor  $V_C =$   
 Tensión sobre el inductor  $V_L =$

Como estos valores son medidos con un voltímetro que responde a valores eficaces de tensión alterna, los valores obtenidos son eficaces.

También se mide con un ohmetro la resistencia interna del inductor ( $R_L =$  ).

Observar como resultan los valores de  $V_L$  y  $V_C$ , respecto de la tensión del generador ( $V_G$ )

Con los valores medidos calculamos los siguientes parámetros del circuito

$$I_{ef} = \frac{V_{RS}}{R_s}$$

$$Z = \frac{V_G}{I_{ef}}$$

$$X_C = \frac{V_C}{I_{ef}}$$

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_C}$$

$$Z_L = \frac{V_L}{I_{ef}}$$

$$X_L = \sqrt{Z_L^2 - R_L^2}$$

$$L = \frac{X_L}{\omega}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R_L + R_s}$$

$$Q = \frac{V_L}{V_G} = \frac{X_L}{R_L + R_s}$$

Observar como resultan  $X_L$  y  $X_C$

Repetir las mediciones y cálculos para una frecuencia inferior y una superior a la de resonancia ( $f < f_0$  y  $f > f_0$ )

Se pueden ordenar los valores anteriores en un cuadro para su comparación

Obtener conclusiones

	VALORES MEDIDOS					VALORES CALCULADOS								
	$V_G$ [V]	$V_s$ [V]	$V_L$ [V]	$V_C$ [V]	$R_L$ [Ω]	$I_{ef}$ [A]	Z [Ω]	$X_C$ [Ω]	C [μF]	$Z_L$ [Ω]	$X_L$ [Ω]	L [H]	$\varphi$ [°]	Q [ ]
$f_0$														
$f > f_0$														
$f < f_0$														

**PARTE c): REALIZACIÓN DE LOS DIAGRAMAS FASORIALES**

Se realizan los diagramas fasoriales de tensiones, corrientes e impedancias para los tres casos analizados en el punto anterior

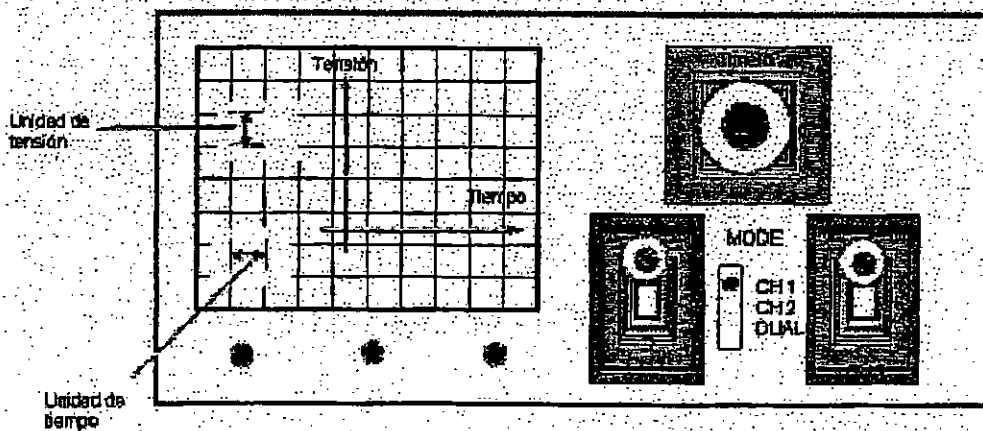
Obtener conclusiones

## **APÉNDICE:**

### **BREVE DESCRIPCIÓN DEL OSCILOSCOPIO Y SUS CONTROLES**

El osciloscopio es un instrumento que nos permite visualizar en un gráfico en dos dimensiones, la forma de las señales de tensión eléctrica conectadas a alguno de sus dos canales verticales (Y1 o Y2). La visualización se logra por un haz de electrones que impacta sobre la superficie de una pantalla cubierta por una sustancia fosforada.

En la siguiente figura se puede ver una disposición genérica (no concuerda exactamente con la de los osciloscopios del laboratorio) de los controles del Instrumento.



El eje horizontal (X), de la pantalla del osciloscopio, está asociado a una escala de tiempo, y en ella se mide el tiempo que tarda el punto luminoso en recorrer la pantalla de izquierda a derecha. Este tiempo, puede ser modificado por el control de "base de tiempo" (Time/div), que posee 19 pasos calibrados desde 0,2  $\mu\text{s}/\text{div}$  hasta 2 s/div. y hay también una posición adicional, la (X-Y), que se utiliza en el trabajo práctico para la comprobación de la resonancia por Lissajous.

Por ejemplo, si el control Time/div se encuentra en la posición 1m/div. y la pantalla posee diez divisiones, el punto luminoso la recorrerá en 10 milisegundos. De lo dicho anteriormente podemos deducir que en la escala horizontal del osciloscopio podemos "leer" el período de una señal eléctrica y por lo tanto su frecuencia. (Recordar  $f = \frac{1}{T}$ )

El eje vertical de la pantalla del osciloscopio (Y1 ó Y2), está asociado a una escala de tensiones, que nos permitirá medir los valores pico de tensión de una señal eléctrica conectada a las entradas de sus canales verticales. Cuando no tenemos ninguna señal conectada a dichas entradas, observaremos solamente una línea horizontal, que es el barrido que realiza el punto luminoso de izquierda a derecha.

La sensibilidad de los canales verticales se controla con dos atenuadores por pasos (uno para cada canal), que permiten ajustar la amplitud de la señal a un tamaño adecuado para su medición. Estos controles están especificados en Volt/div.

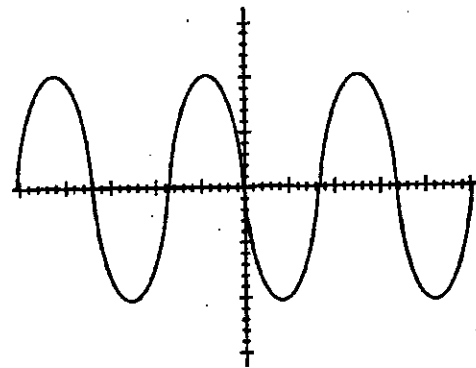
**IMPORTANTE:** En forma concéntrica con los controles gruesos o por pasos de base de tiempo (Time/div) y de los canales verticales (Volt/div), se encuentran también controles continuos o finos (en gris en la figura 2). Estos controles **no deberán ser movidos de su posición de calibración, (completamente en sentido horario)**, porque se pierde la calibración de los controles gruesos.

Veamos un ejemplo de medición, supongamos que conectamos al canal vertical una señal senoidal que tiene las siguientes características:

Tensión pico o máxima = 10 Volt

Frecuencia = 600 Hz.

Y los controles de base de tiempo (X) y amplitud (Y), se encuentran en las posiciones  $X = 0,5 \text{ ms/div}$  e  $Y = 5 \text{ Volt/div}$  Se debería observar la siguiente imagen:



$X = 0,5 \text{ ms/div}$      $Y = 5 \text{ Volt/div}$

Contamos la cantidad de divisiones que ocupan en el eje vertical el pico positivo y el pico negativo de la señal senoidal.

$$V_{pt} = 2 \text{ div} \cdot 5 \text{ Volt/div} = 10 \text{ Volt}$$

$$V_p = 2 \text{ div} \cdot 5 \text{ Volt/div} = 10 \text{ Volt}$$

Tensión pico a pico = 20 Volt

Contamos ahora, sobre el eje horizontal, la cantidad de divisiones que ocupa un período de la señal senoidal.

$$T = 3,3 \text{ div} \cdot 0,5 \text{ ms/div} = 1,66 \text{ ms. Luego: } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,66 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \approx 600 \text{ Hz}$$

Otros controles que también se utilizan en el trabajo práctico, son los siguientes:

**POSITION:** (uno por cada canal vertical) Se utilizan para mover verticalmente la imagen observada en la pantalla.

**MODE:** Este control nos permite seleccionar que señal observamos en la pantalla:

Si está en la posición CH1, vemos sólo la señal conectada al canal 1, si está en CH2, sólo la conectada al canal 2 y si está en dual podemos visualizar ambas señales simultáneamente.

En la sección vertical del osciloscopio, también se encuentran dos controles (uno por canal que indican el modo de acoplamiento de la tensión de entrada a los circuitos internos del canal vertical. Este control tiene tres posiciones: AC, GND y DC. En la posición AC el circuito interno del osciloscopio coloca un capacitor a la entrada del canal vertical, que bloquea cualquier componente de corriente continua que tenga la señal de entrada. En la posición DC, la señal ingresa directamente al canal vertical, y permite medir tensiones continuas, y finalmente en la posición GND, conecta la entrada a tierra (0 volt) para poder ubicar el barrido del punto luminoso en el centro de la pantalla.

## Red plana de difracción

### Objetivos

- Determinación de la constante de una red plana de difracción utilizando una fuente luminosa conocida
- Medición de las longitudes de onda de las líneas espectrales correspondientes a una fuente incógnita

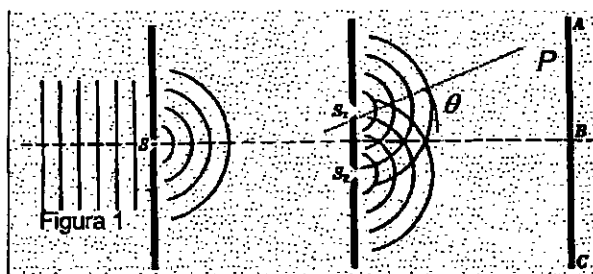
### Introducción teórica

La luz es un fenómeno de naturaleza ondulatoria. Características muy importantes del movimiento ondulatorio son los fenómenos de interferencia y difracción.

La interferencia ocurre cuando dos o más movimientos ondulatorios coinciden en el espacio y el tiempo, el fenómeno es observable como un patrón de interferencia estacionario cuando las ondas son coherentes, o sea, oscilan con la misma frecuencia y mantienen un desfase constante. Si las ondas no son de la misma frecuencia o sus desfases varían al azar con el tiempo, se dice que son incoherentes, si bien pueden producirse interferencias transitorias observaríamos sobre una pantalla el promedio de muchos diagramas superpuestos.

La difracción se produce cuando una onda interactúa con un obstáculo, el obstáculo puede ser una pantalla con una ranura que permite el paso de parte del frente de onda o bien un objeto que impida el paso de la totalidad del frente de onda. La difracción se observa cuando las dimensiones del objeto son comparables a la longitud de onda del frente de onda. Es característica de la manifestación de este fenómeno la presencia de luz donde esperaríamos encontrar oscuridad.

### EXPERIMENTO DE LA DOBLE RENDIJA DE YOUNG



El arreglo experimental representado en la Figura 1 es uno de los recursos para la obtención de fuentes de luz coherentes.

La luz proveniente de una única fuente atraviesa la rendija S, se desvía en todas las direcciones del plano de la

figura e incide sobre la pantalla opaca en la cual se han abierto dos rendijas  $S_1$  y  $S_2$  paralelas a S y equidistantes de ella. Llamamos "a" al ancho de las rendijas  $S_1$  y  $S_2$ , y "d" a la distancia entre los centros de las mismas. Los rayos de luz que atraviesan las rendijas  $S_1$  y  $S_2$  inciden en los puntos de la pantalla

reflector *AC* sobre la cual es posible observar cierto número de franjas brillantes y oscuras paralelas a las rendijas.

El patrón que se observa sobre la pantalla es el resultado de los dos fenómenos característicos ya mencionados: interferencia y difracción.

Puede verse que este experimento está basado en la desviación de los rayos de luz al atravesar las rendijas *S*, *S*<sub>1</sub> y *S*<sub>2</sub> respectivamente.

La intensidad de una onda difractada proveniente de una de las dos ranuras en un punto *P* de la pantalla, correspondiente al ángulo  $\theta$ , está dada por la ecuación

$$I_{\theta, dif} = I_{m, dif} \left( \frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \right)^2; \text{ siendo } \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \text{sen } \theta \quad (1)$$

donde  $\theta$  indica la posición angular de la franja brillante u oscura sobre la pantalla respecto del máximo central y *a* es el ancho de ranura.

La distribución de intensidades en diferentes puntos *P* de la pantalla, debida a la interferencia de las dos fuentes, responde a la ecuación

$$I_{\theta, int} = I_{m, int} \cos^2 \beta; \text{ siendo } \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \text{sen } \theta \quad (2)$$

donde  $\theta$ , al igual que en el caso de la difracción, indica la posición angular de la franja brillante u oscura sobre la pantalla respecto del máximo central y *d* es la distancia entre los centros de ranura.

El efecto combinado se encuentra considerando a  $I_{m, int}$  en la Ec. (2) como una amplitud variable, dada de hecho por la  $I_{m, dif}$  de la Ec. (1). Esta suposición, para el patrón combinado, nos conduce a

$$I_{\theta} = I_m (\cos \beta)^2 \left( \frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad (3)$$

(en la que se han eliminado los subíndices)

$I_m$  corresponde a la intensidad del máximo central

En la Figura 2, la curva (a) muestra el "factor de interferencia" de la Ec. (3) (esto es, el factor  $\cos^2 \beta$ ), la curva (b) el "factor de difracción" ( $\text{sen } \alpha / \alpha$ ) y la (c) su producto, en el que la figura de difracción "modula" a la figura de interferencia.

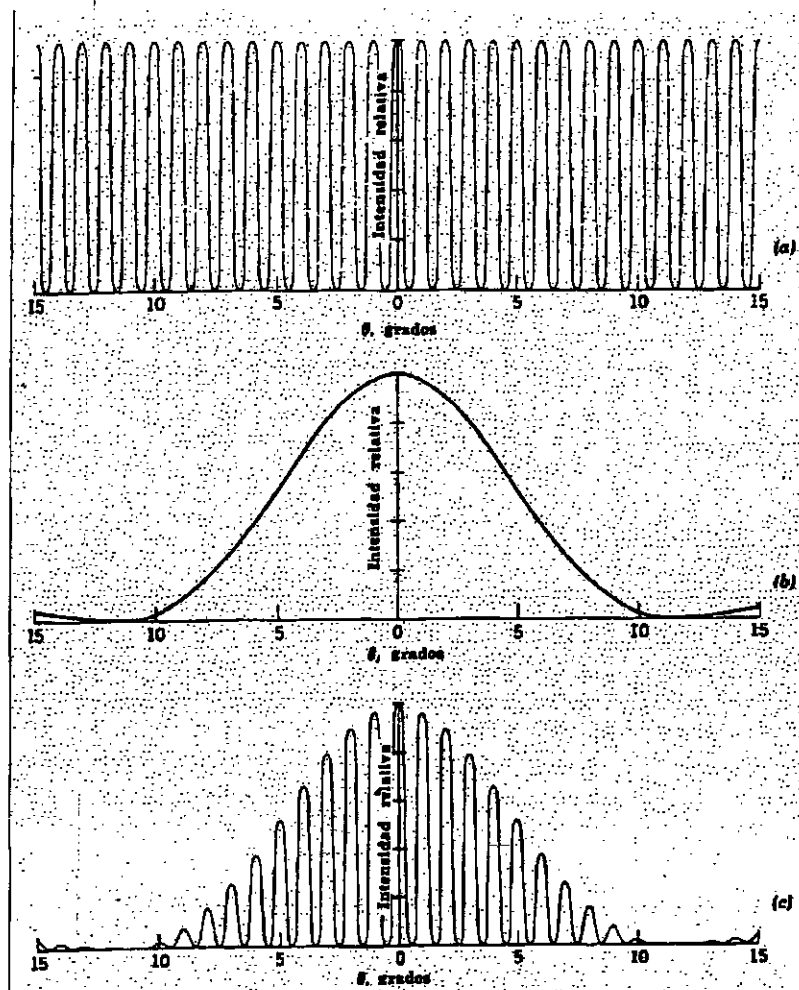


Figura 2

Una lógica extensión del experimento de Young consiste en aumentar el número de ranuras hasta un valor  $N$ . Tanto los experimentos cuanto los resultados teóricos describen que al aumentar  $N$  se producen dos tipos diferentes de máximos de interferencia (los principales y los secundarios) alternados con mínimos de interferencia. En la figura de difracción correspondiente ocurren  $N-1$  mínimos de interferencia entre dos máximos principales adyacentes cualesquiera y  $N-2$  máximos secundarios.

La Figura 3 muestra en forma comparativa las curvas de distribución de intensidad correspondientes a 2 y 5 ranuras del mismo ancho y separación e iluminadas con luz de la misma longitud de onda.

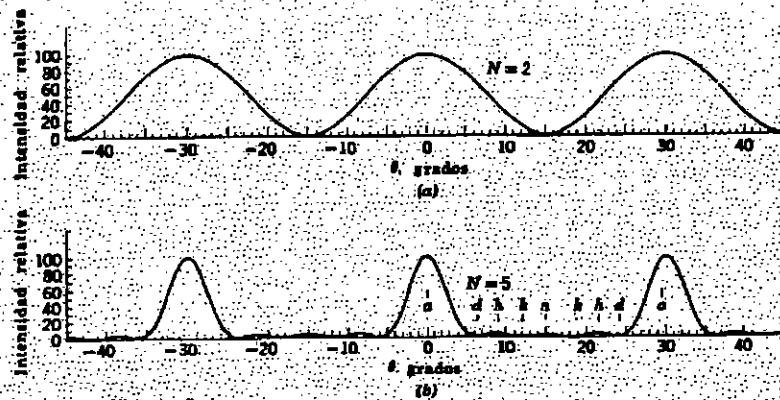


Figura 3

### RED PLANA DE DIFRACCIÓN

Una **red plana de difracción** consiste en una lámina opaca con un gran número de ranuras muy estrechas equidistantes y del mismo ancho.

Cuando se ilumina la red con luz monocromática la imagen producida por la misma consiste en un conjunto de líneas muy estrechas y brillantes, paralelas a las ranuras de la red sobre un fondo oscuro.

En una red de difracción, cuanto mayor sea el número  $N$  de rendijas, tanto más estrechos (nítidos) y altos (intensos) serán los máximos principales de su patrón y tanto más numerosos y menos intensos serán sus máximos secundarios.

Se puede demostrar que la intensidad en función del ángulo  $\theta$  está dada por la expresión

$$I_{\theta} = I_m \left( \frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \right)^2 \left[ \frac{\text{sen}(N\beta)}{N \cdot \text{sen } \beta} \right]^2 \quad (4)$$

en la que  $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \text{sen } \theta$ ;  $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \text{sen } \theta$  expresiones en las que, como ya vimos:

$d$  es la separación entre los centros de ranuras

$a$  es el ancho de ranura

$\lambda$  es la longitud de onda emitida por la fuente

$\theta$  es la posición angular de la franja brillante u oscura

$I_m$  es la intensidad total en el máximo central.

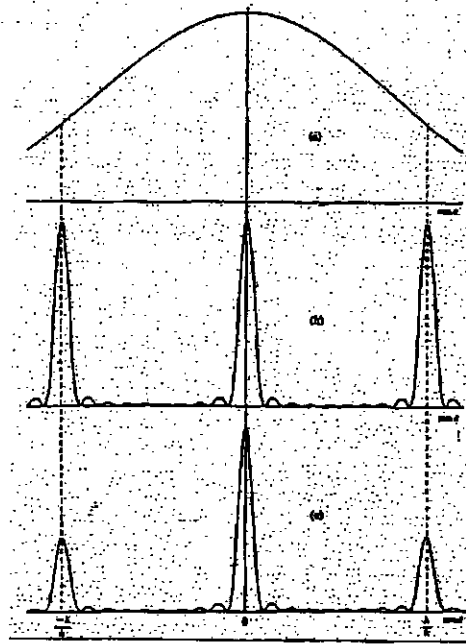


Figura4

En la Figura 4 observamos:

- a) El factor de difracción, que representa la distribución de intensidades que ocurre en la pantalla debida a la difracción de la luz por una cualquiera de sus rendijas.
- b) El factor de interferencia que representa la distribución de intensidades que ocurre debido exclusivamente a la interferencia, en cada punto de la pantalla, de los  $N$  haces de luz que se han difractado por las diferentes rendijas.
- c) El patrón resultante, representa la distribución de intensidades en la pantalla que surge como consecuencia de la combinación de los dos fenómenos: la difracción de los haces de luz en cada rendija y la interferencia en la pantalla de estos haces después que se han difractado.

Los máximos principales de interferencia, observados como franjas brillantes se dan para:

$\beta = n\pi$  o sea  $\frac{\pi \cdot d}{\lambda} \text{sen}\theta = n\pi$  de donde la condición de máximo de interferencia es:

$$d \cdot \text{sen}\theta = n \cdot \lambda$$

$n = 0$  corresponde al máximo principal, central en la figura de interferencia.

$n = \pm 1$  corresponde al máximo principal de 1<sup>er</sup> orden y así sucesivamente.

Los máximos secundarios son de mucha menor intensidad y no siempre pueden ser observados.

Si utilizamos una fuente que emita radiaciones de distintas longitudes de onda se producirán tantos patrones de interferencia como longitudes de onda emitidas, la posición del máximo principal de orden cero es la misma para todas las longitudes de onda mientras que los máximos principales de orden superior aparecerán corridos unos de otros viéndose como una sucesión de franjas de distintos colores.

### Realización práctica

#### Material empleado

- Banco óptico
- Regla
- Fuente de luz
- Ranura de ancho variable
- Lente convergente
- Láser

**Primera parte:** Determinación de la constante de una red plana de difracción utilizando una fuente luminosa conocida

Disponemos los elementos, red plana de difracción y Láser, a lo largo del banco óptico como indica la figura 5. Para la determinación de la constante de la red (distancia entre ranuras) utilizamos la condición de máximo principal de 1º orden

$$d \cdot \text{sen}\theta = n \cdot \lambda$$

donde  $n = 1$

La longitud de onda de la luz del láser de He-Ne empleado es 632,8 nm

- Colóque la red de difracción de tal manera que el haz de luz del láser la atraviese en forma perpendicular e incida luego sobre la pantalla.
- Los valores de  $x$  e  $y$  se determinan con una cinta métrica y con ellos se calcula el seno de la coordenada angular  $\theta$ .

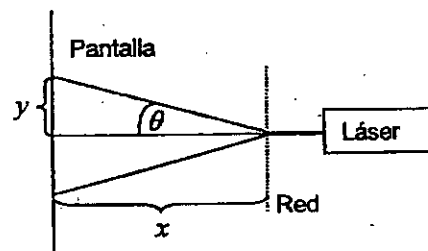


Figura 5

$$\text{sen } \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Siendo "y" la distancia entre el primer máximo principal y el máximo central o de orden cero y "x" la distancia entre el plano de la red y la pantalla.

Por consiguiente:

$$d = \frac{\lambda \sqrt{x^2 + y^2}}{y} \quad (6)$$

**Segunda parte:** Medición de las longitudes de onda de las líneas espectrales correspondientes a una fuente incógnita.

Para la realización de la segunda parte del trabajo práctico disponemos los elementos en el banco óptico de la siguiente forma



Donde F = fuente

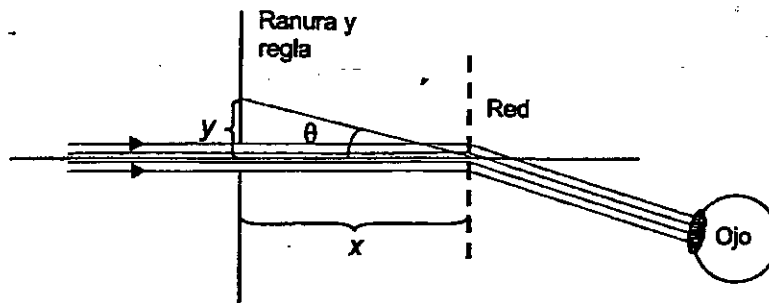
L = lente convergente

A = ranura de ancho variable, utilizada como fuente luminosa para la red

R = Red de difracción

Los elementos están montados sobre soportes que deslizan sobre el banco óptico. Cada soporte posee un tornillo que ajusta sobre el eje del elemento correspondiente, (fuente, lente, ranura, red) pudiendo variar la altura de los mismos. También el soporte puede ser ajustado al banco óptico mediante un segundo tornillo.

En esta segunda parte de la experiencia no utilizamos una pantalla para observar las figuras de interferencia sino que la observaremos mirando hacia la red, la cual es transparente, de manera que el cristalino actúa como una lente y la figura se forma sobre la retina.



Para calcular la longitud de onda nuevamente utilizamos la condición de máximo de interferencia de orden 1 tal que

$$d \cdot \text{sen} \theta = n \cdot \lambda \quad \text{con } n = 1$$

de donde se puede calcular:

$$\lambda = \frac{y d}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$d$  = constante de la red, ya calculada

$x$  = distancia entre la red y el plano en que se forma la figura de interferencia o sea entre la red y la posición de la ranura con regla adosada

$y$  = distancia entre el primer máximo principal y el máximo central para cada color medida sobre la escala adosada.

Determine la posición "y" de las líneas de cada color mirando a través de la red de difracción hacia la izquierda y hacia la derecha de la ranura tomando el promedio de ambos valores para realizar los cálculos pedidos.

Color	x	$y_{\text{iza}}$	$y_{\text{der}}$	$y_{\text{prom}}$	$\lambda$

**Conclusiones:**

## TUBO DE RAYOS FILIFORMES

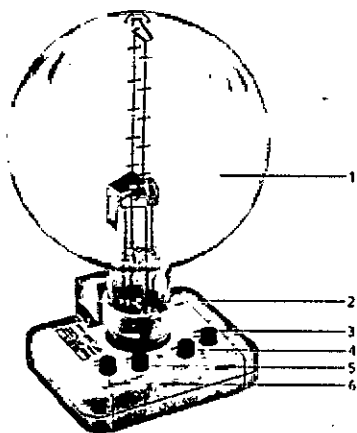
### OBJETIVO DEL TRABAJO PRÁCTICO

Determinar experimentalmente la relación carga masa ( $e/m$ ) del electrón utilizando un tubo de rayos filiformes y bobinas de Helmholtz

### DESCRIPCIÓN DEL TUBO DE RAYOS FILIFORMES

El tubo de rayos filiformes sirve para el estudio de la desviación de rayos de electrones en un campo magnético homogéneo, utilizando un par de bobinas conectadas en la configuración de Helmholtz, así como para la determinación de la carga específica del electrón.

En una ampolla de vidrio, con atmósfera de Ne a una presión ajustada con precisión ( $1,3 \cdot 10^{-5}$  bar), se encuentra el cañón de electrones, que se compone de un cátodo de caldeo indirecto (estos cátodos consisten en un pequeño vaso de metal delgado revestido en su superficie exterior con una capa delgada que contiene óxido de Torio, Estroncio, Cesio, Potasio o Litio que son buenos emisores de electrones cuando el filamento los calienta al rojo oscuro), un cilindro de Wehnelt y un ánodo con un orificio central. El cilindro de Wehnelt es un cilindro metálico hueco que tiene la base que se enfrenta al cátodo y sobre ella tiene un orificio por el que salen enfocados los electrones, que son acelerados debido a la diferencia de potencial que existe entre el ánodo y el cátodo. Al salir del cañón, los electrones colisionan con los átomos del gas y los ionizan, originando un trazo luminoso rectilíneo y bien definido



1: Tubo de haz fino (rayos filiformes)

2: Zócalo de conexión

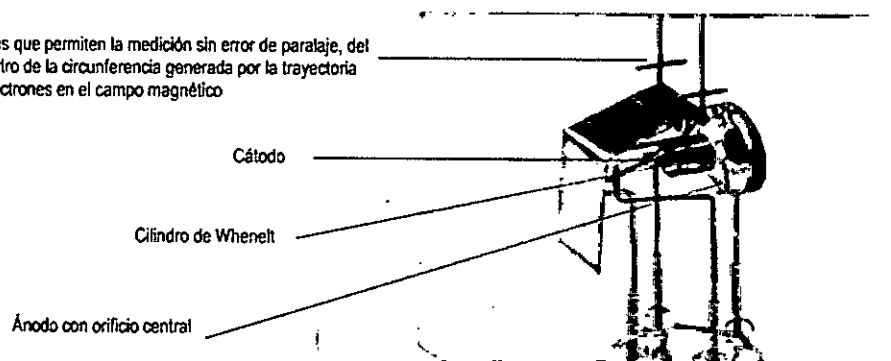
3: Contacto para ánodo

4: Contacto para cátodo

5: Contacto para cilindro de Wehnelt

6: Contacto para caldeo

Marcas que permiten la medición sin error de paralaje, del diámetro de la circunferencia generada por la trayectoria de electrones en el campo magnético



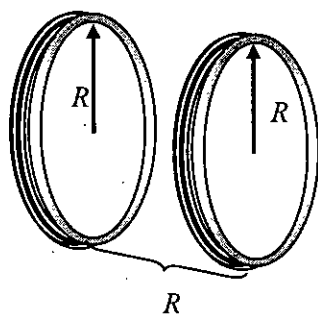
Debido al campo magnético generado por las bobinas de Helmholtz, la trayectoria de los electrones se convierte en circular. Unas marcas de medida incorporadas en la ampolla de vidrio permiten la medición sin paralaje del diámetro de la circunferencia formada por la trayectoria de electrones dentro del campo magnético.

### BOBINAS DE HELMHOLTZ

Las bobinas de Helmholtz son las encargadas de generar el campo magnético homogéneo perpendicular al rayo de electrones del tubo filiforme, dicho campo magnético provoca que el haz describa una trayectoria circular. El arreglo de Helmholtz consiste en dos bobinas iguales que comparten el eje de revolución y cuyos centros están a una distancia igual al radio de las mismas.

El punto medio del segmento determinado por los centros de las bobinas está ubicado a una distancia  $x = \frac{R}{2}$  de cada bobina

La intensidad del campo en dicho punto es:



$$B = \sum N \frac{\mu_0}{\lambda} \frac{i_H \cdot R^2}{\left(R^2 + \frac{R^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = N \mu_0 \frac{i_H R^2}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \left(R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{N \cdot \mu_0 \cdot i_H}{R}$$

Agrupando los factores y divisores constantes de la expresión anterior obtenemos:

$$k = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{N \cdot \mu_0}{R}$$

Con los datos de nuestro equipo:

N: Número de espiras = 124

R: Radio de las bobinas =  $150 \cdot 10^{-3}$  m

$$k = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{124 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{150 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 7,433 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{A}}$$

Finalmente:

$$B = 7,433 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{A}} i_H$$

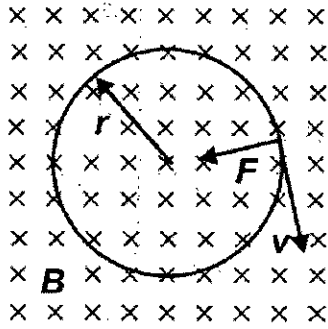
$i_H$  es la corriente que circula por las bobinas

## FUNDAMENTOS BÁSICOS

Sobre un electrón que se mueve con una velocidad  $v$  perpendicular al campo magnético uniforme  $B$  actúa la fuerza de Lorentz en dirección perpendicular a la velocidad y al campo. El módulo de dicha fuerza es:

$$F = e.v.B \quad (1)$$

( $e$ : carga elemental)



Al ser esta fuerza la única con un efecto relevante sobre el electrón, lo obliga a recorrer una trayectoria circular de radio  $r$  con aceleración centrípeta  $a = \frac{v^2}{r}$ .

Por aplicación de la segunda ley de Newton obtenemos:

$$F = m \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

( $m$ : masa del electrón)

Igualando las expresiones (1) y (2)

$$e.v.B = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow e.B = \frac{m.v}{r} \Rightarrow \left(\frac{e}{m}\right)^2 = \frac{v^2}{(r.B)^2} \quad (3)$$

Los electrones son acelerados por el potencial ( $U$ ) del ánodo. Por lo tanto la energía cinética resultante es

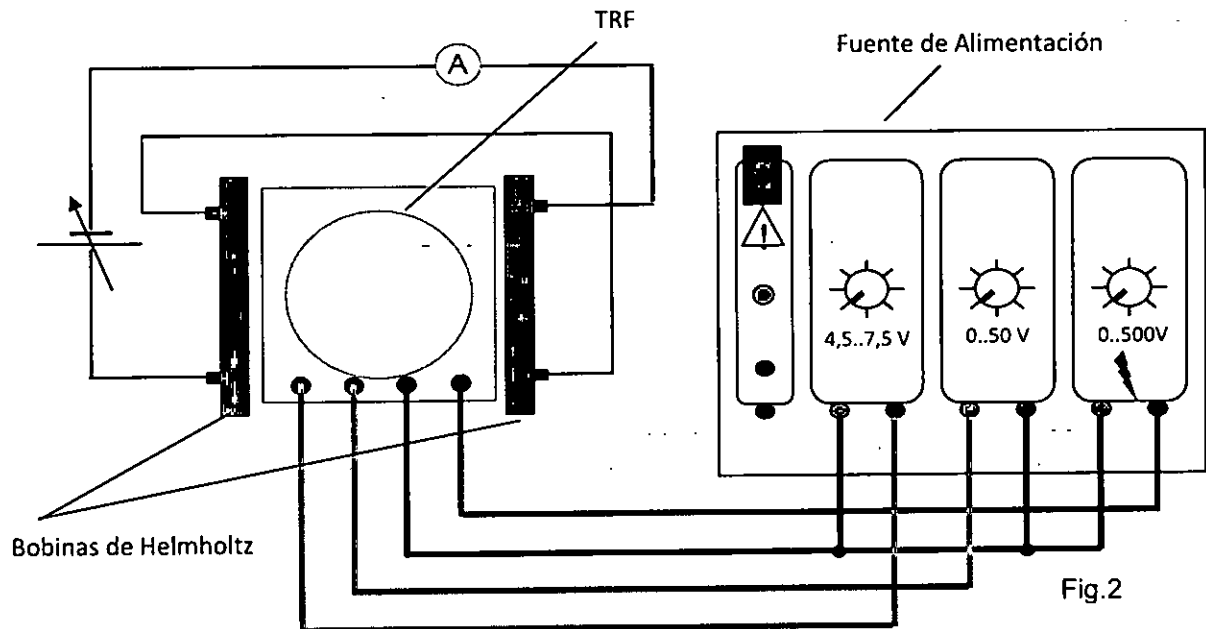
$$U.e = \frac{1}{2} m.v^2 \Rightarrow v^2 = 2U \frac{e}{m} \quad (4)$$

Reemplazando (4) en la (3):

$$\left(\frac{e}{m}\right)^2 = \frac{2U \frac{e}{m}}{(r.B)^2}$$

$$\boxed{\frac{e}{m} = \frac{2U}{(r.B)^2}} \quad (5)$$

## ESQUEMA DE CONEXIONES



## OTROS MATERIALES UTILIZADOS

Batería

Linterna

Reóstato

Voltímetro

## DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA

- Aplicar una tensión de calefacción de, por ejemplo, 7,5 V. (La tensión de calefacción debe estar por debajo de 10,6 V).
- Se aumenta lentamente la tensión de ánodo hasta un máximo de aproximadamente 210 V (el haz de electrones es inicialmente horizontal y se hace visible en forma de una luz naranja tenue).
- Elija la tensión de Wehnelt (salida de 0 a 50 V) de manera que, en lo posible, se vea un trazo luminoso delgado y bien definido.
- Ajuste la corriente de las bobinas ( $i_H$ ) hasta que el radio de la órbita quede en p.ej. 5 cm. Anote los valores de ajuste.
- Realice dos mediciones más, disminuyendo la tensión anódica, en pasos de aproximadamente 25 V, en cada caso, seleccione la corriente de la bobina de manera que el radio se mantenga constante en el valor elegido y anote estos valores.
- Realice más series de mediciones para los radios de órbita circular de 4 cm y 3 cm. (ver cuadros de valores)
- De la expresión (5), obtenemos que:  $2U = \frac{e}{m} \cdot (B^2 \cdot r^2)$ , por lo tanto, si llevamos los valores de los tres cuadros, a un gráfico de  $2U = f[(B^2 \cdot r^2)]$  y buscamos trazar la recta que contenga a la mayor cantidad de puntos, la pendiente de esa recta nos dará la relación  $\frac{e}{m}$  buscada. (ver Fig. 3)

$r = 0,05 \text{ m}$

$r = 0,04 \text{ m}$

$r = 0,03 \text{ m}$

$2U$	$i_H$	$B^2 r^2$
Volt	A	$T^2 m^2$

$2U$	$i_H$	$B^2 r^2$
Volt	A	$T^2 m^2$

$2U$	$i_H$	$B^2 r^2$
Volt	A	$T^2 m^2$

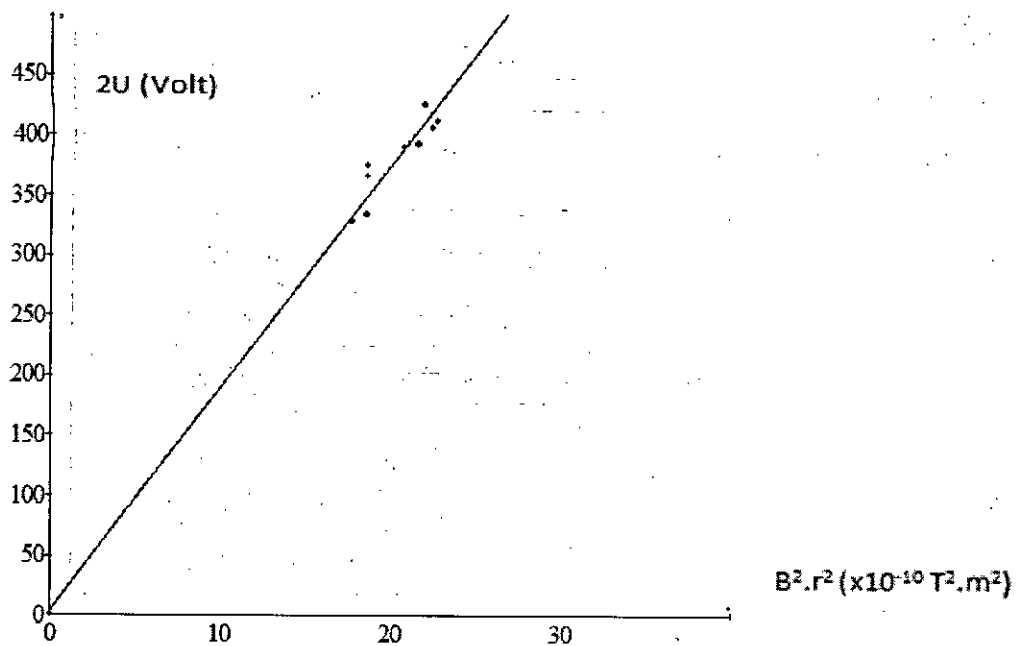


Fig. 3

### UNIDADES

La pendiente hallada será el cociente  $\frac{2U}{B^2.r^2}$ , por lo tanto su unidad será  $\frac{V}{T^2.m^2}$ . Pero nosotros esperamos que la unidad de la relación  $\left[\frac{e}{m}\right]$ , sea  $\frac{C}{kg}$ , veamos entonces como se llega a la equivalencia entre ambas unidades.

$$\left[\frac{e}{m}\right] = \frac{V}{T^2.m^2} = \frac{\frac{J}{C}}{\frac{kg^2.m^2}{C^2.s^2}} = \frac{\frac{kg.m^2}{s^2.C}}{\frac{kg^2.m^2}{C^2.s^2}} = \frac{kg.m^2}{s^2.C} \cdot \frac{C^2.s^2}{kg^2.m^2} = \frac{C}{kg}$$

## BRÚJULA DE TANGENTES

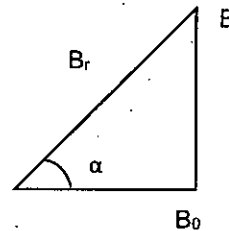
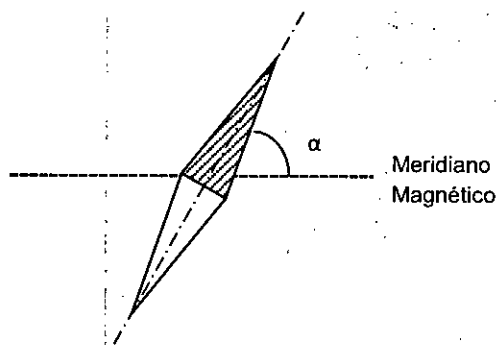
### OBJETIVO DEL TRABAJO PRÁCTICO

Determinar la componente horizontal ( $B_0$ ) del campo magnético terrestre.

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS

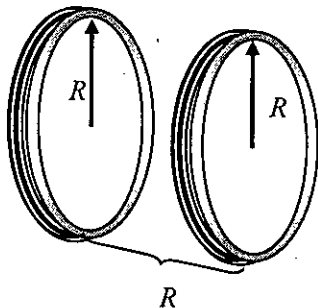
Sabemos que la tierra es un imán de gran tamaño, cuyos polos magnéticos están próximos a los polos geográficos norte y sur.

La brújula es un instrumento que indica la dirección de la componente horizontal del campo magnético terrestre ( $B_0$ ). Si tenemos una brújula en posición de equilibrio (señalando el norte) y mediante la circulación de corriente por una bobina le aplicamos un campo magnético ( $B$ ), perpendicular a  $B_0$ , la aguja se desviará un cierto ángulo " $\alpha$ "



Entonces: 
$$\tan \alpha = \frac{B}{B_0} \quad (1)$$

El campo  $B$ , será originado por bobinas en configuración Helmholtz, que consiste en dos bobinas iguales que comparten el eje de revolución y cuyos centros están a una distancia igual al radio de las mismas. El punto medio del segmento determinado por los centros de las bobinas está ubicado a una distancia  $x = \frac{R}{2}$  de cada bobina



Se puede demostrar que la intensidad del Campo en dicho punto medio es:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{N \cdot \mu_0 \cdot i_H}{R} \quad (2)$$

Donde:  $N$ : Número de espiras de las bobinas de Helmholtz.  
 $R$ : Radio de las bobinas

$\mu_0$ : Permeabilidad magnética del vacío  $4 \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$

Agrupando los términos constantes:

$$k = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{N \cdot \mu_0}{R} \quad (3)$$

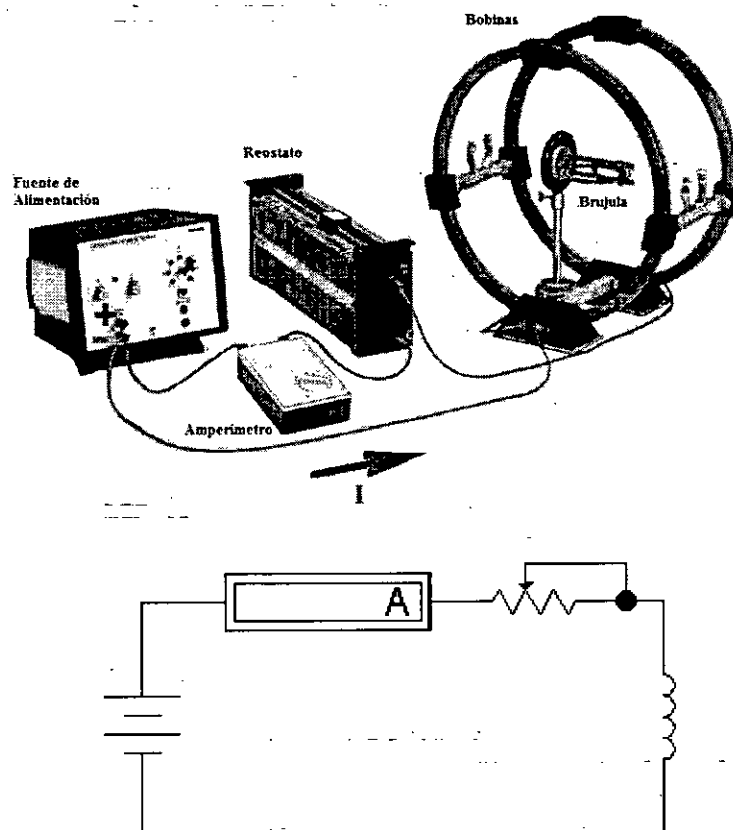
Por lo tanto, reemplazando (3) en (2):

$$B = k \cdot i_H \quad (4)$$

Y ahora, reemplazando (4) en (1)

$$\tan \alpha = \frac{k}{B_0} \cdot i_H \quad (5)$$

## ESQUEMA DE CONEXIONES



## ELEMENTOS UTILIZADOS

- 1 Fuente de Alimentación
- 1 Multímetro
- 1 Reóstato
- 1 Bobinas en configuración Helmholtz
- 1 Brújula

## PROCEDIMIENTO

- 1) Armar el circuito teniendo cuidado de alejar la brújula de todo material ferromagnético o imanado, en especial el multímetro. Por lo tanto es conveniente tener en un extremo del banco de trabajo la brújula y en el otro, los elementos del circuito.
- 2) Registrar el valor del número de vueltas (N) y el radio R de las bobinas de Helmholtz, para determinar el valor de "k", de acuerdo a la expresión (3)
- 3) Sin encender la fuente, colocar la brújula en el centro de las bobinas. La dirección hacia donde apunta la brújula es la dirección del campo magnético terrestre. Nivelar la brújula para que la aguja de la misma pueda moverse en libertad en un plano horizontal y colocarla de manera tal que la aguja y el eje de las bobinas estén perpendiculares.
- 4) Encender la fuente y ajustar el reóstato hasta que se produzca una desviación de la aguja de p.ej. para  $\alpha=10^\circ$ . Tomar nota en la tabla 1 de la  $i_H$ , para este caso.
- 5) Repetir la medición de la corriente para ángulos de  $15^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $40^\circ$  y  $45^\circ$  y registrarlos en la tabla 1.
- 6) Graficar  $\tan \alpha = f(i_H)$ , puede utilizar algún programa de ajuste de curvas o trazar la recta que contenga la mayor cantidad de puntos.
- 7) Determinar la pendiente de la gráfica obtenida en el punto anterior y utilizando la expresión (5) calcule el valor de la componente horizontal del campo magnético terrestre ( $B_0$ ).

Angulo $\alpha$	$\tan \alpha$	$i_H$
0	----	A
10		
15		
20		
25		
30		
35		
40		
45		

Tabla 1

$$k = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{N \cdot \mu_0}{R}$$